DOI: 10.25728/mlsd.2023.1655

ПРАВИЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ В АКТИВНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ С ОБМЕНОМ ИНФОРМАЦИЕЙ

Еналеев А.К.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

anverena@mail.ru

Аннотация. Рассматривается задача построения правильного механизма планирования в активной системе – механизма, побуждающего агентов сообщать в Центр достоверную информацию и выполнять назначаемые планы. Получены необходимые и достаточные условия правильности механизма. Показано, что оптимальный механизм содержится в классе правильных механизмов.

Ключевые слова: Механизм планирования, сообщение правдивой информации, выполнение планов, целевая функция агента, согласование, оптимальность.

Введение

В обзоре [1] приводится обширный список литературы и дается подробное описание состояния и перспектив исследований по проблеме сообщения правдивой информации в организационных системах, состоящих из Центра и одного или нескольких агентов. Пионерской работой в этом направлении следует считать [2]. Именно в ней был предложен принцип открытого управления в активных системах, основанный на учете интересов агентов и обеспечивающий сообщение правдивых данных. В [3, 4] также исследована проблема обеспечения сообщения агентами Центру достоверных данных о профиле функции предпочтения агента (revelation principle) и определены условия согласования (incentive-compatible planning). В [5] проведено развитие результатов [2], а именно, определены необходимые и достаточные условия сообщения достоверных данных и доказана оптимальность принципа открытого управления, и отмечена их связь с некоторыми результатами из [3, 4]. Полученные результаты в этих работах относятся к моделям организационных систем, в которых агенты сообщают информацию о профилях своих предпочтений, а Центр на основе полученных данных назначает планы, от которых зависит выигрыш каждого агента. В этих моделях не рассматриваются возможности выбора своих состояний, не совпадающих с планами, а предполагается, что состояние агента априори совпадает с планом. В [6] было предложено расширенное описание поведения агента, в котором агент, получив план в виде желаемого с точки зрения Центра значения состояния агента, принимает решение о выборе состояния, которое, вообще говоря, может не совпадать с планом. Предполагается при этом, что в целевой функции агента присутствуют штрафы за отклонение состояния от плана. Исследования условий сообщения достоверных данных в работах [2-5], относящиеся к расширенной модели поведения агента, сводятся по сути к случаю «сильных» штрафов, когда агент безусловно выбирает состояние, совпадающее с планом. Как показывает приведенный в настоящей статье пример, для расширенной модели при возможности агентом не выполнять планы, условия, полученные в [2-5], не обеспечивают в общем случае сообщение достоверных данных. Поэтому в настоящей статье ставится и решается проблема определения условия правильности механизмов планирования, т.е. сообщения достоверных данных и выполнения планов, для расширенной модели поведения агентов организационной системы без требования «сильных» штрафов. В [7] получены условия правильности для частного случая модели, в которой целевая функция агента представляет собой линейную комбинацию монотонно возрастающей функции поощрения, зависящей от скалярного значения состояния агента, за вычетом функции затрат, зависящей от состояния и неизвестного Центру скалярного параметра, и за вычетом функции штрафа за отклонение состояния от плана. При этом на функцию затрат и ее производные накладываются довольно жесткие ограничения монотонности. Мы рассматриваем проблему правильности механизма в более общем виде в настоящей статье. Результатами статьи являются теоремы, формулирующие необходимые и достаточные условия правильности и оптимальности механизмов планирования, удовлетворяющих определенным условиям согласования. Показано, что оптимальный механизм содержится в классе правильных механизмов, т.е. согласованных механизмов планирования.

1. Модель и постановка задачи

Рассмотрим активную организационную систему, состоящую из *агента* и управляющего органа, который будем называть *Центром*. Целевая функция агента имеет вид $f(x, y, r) = h(y, r) - \chi(x, y)$, где y – действие агента, определяющее его состояние, x – план, устанавливаемый Центром для агента (может иметь интерпретацию, как желательное с точки зрения Центра значение действия агента), r – параметр, характеризующий тип агента, $h(y,r)$ – функция дохода агента, зависящая от выбора действия агента, $\chi(x,y)$ – функция штрафа за отклонение действия агента от плана. Пусть $y \in Y$, $x \in Y$, $r \in A$, $\chi(x,y) \geq 0$, $\chi(y,y) = 0$, множество Y наделено топологией и компактно, $A = [r^{\text{н}}, r^{\text{в}}]$, где $r^{\text{н}}$ и $r^{\text{в}}$ – нижняя и верхняя границы параметра. Предполагается, что функции $h(y,r)$ и $\chi(x,y)$ таковы, что определены максимумы целевых функций агента по y и r.

Целевую функцию Центра обозначим $F(x,y,r)$. Предполагается также, что определен максимум функции $F(x,y,r)$) на ее области определения.

Предположим, что в системе имеется несимметричная информированность о параметре r. А именно, агент знает значение своего типа r, а Центру известно только множество A принадлежности типа агента, $r \in A$. В условиях такой неполной информированности Центра, рассмотрим следующую схему функционирования активной организационной системы.

Первый ход делает Центр. Он выбирает механизм планирования $\pi(\cdot)$, где $\pi(\cdot) : A \to Y$.

Второй ход, состоящий из двух шагов, делают агенты. На первом шаге каждый агент сообщает Центру данные s о значении своего параметра r. В соответствии с установленным Центром механизмом планирования, агенту назначается план $x = \pi(s)$. После этого агент делает второй шаг, который заключается в выборе его действия y.

Рассмотрим правила, которым следуют Центр и агент, совершая свои ходы. Начнем с описания поведения агента при выборе своих действий.

Пусть агенту установлен план. Примем, что агент при выборе y стремится максимизировать свою целевую функцию $f(x,y,r)$:

$$\varphi(x,y,r) = f(x,y^*,r) = f(\pi(s),y^*,r) = \max_{y \in Y} [f(\pi(s),y,r)], \tag{1}$$

где $y^* = y^*(x,r) = y^*(\pi(s),r)$ – выбор действия агентом в зависимости от назначенного плана.

Выполнение планов агентами при выборе действий определяется условием

$$f(x,x,r) = \max_{y \in Y} f(x,y,r). \tag{2}$$

На первом шаге своего хода агенты выбирают сообщения, стремясь максимизировать свою функцию предпочтения $\varphi(\pi(s),r)$ по s.

Выбор сообщения агентом можно представить, как

$$\varphi(\pi(s^*),r) = \max_{s \in A} \varphi(\pi(s),r). \tag{3}$$

Сообщение достоверных данных для такой системы уравнений выглядит следующим образом:

$$\varphi(\pi(r),r) = \max_{s \in A} \varphi(\pi(s),r). \tag{4}$$

В настоящей статье акцент исследования делается на проблеме одновременного выполнения требований совпадения действия агента на первом шаге с планом, $y = x$, и сообщения им правдивых данных, $s^* = r$.

Возникает также вопрос об эффективности правильного механизма. Эффективность механизма $\pi(\cdot)$ будем оценивать значением целевой функции Центра $Q_\pi(r) = F(\pi(s^*), y^*, r)$ при выборе агентом стратегий s^*, y^*.

Примем, что целевая функция Центра обладает следующим свойством:

$$F(x,y,r) \leq F(y,y,r). \tag{5}$$

Выражение (5) означает, что Центр несет потери от невыполнения плана [6].

Пусть задан некоторый механизм $\pi(\cdot)$ для которого определены s^* и y^*. Проблема заключается в следующем. Существует ли правильный механизм $\pi^{\text{п}}(\cdot)$ такой, что

$$Q_{\pi}(r) = Q_{\pi^{\Pi}}(r) = F(\pi^{\Pi}(r), \pi^{\Pi}(r), r) = F(x, x, r), \qquad (6)$$

т.е. существует ли правильный механизм, эффективность которого не ниже эффективности заданного? Для моделей, в которых второй шаг агента не рассматривается (например, штрафы за невыполнение плана настолько велики, что всегда $y^* = x$), эта проблема связана с реализуемостью механизма в достоверных стратегиях [3, 5].

Таким образом задачи исследования настоящей статьи ставятся следующим образом.

1) Охарактеризовать условия правильности механизма планирования в системе Центр – агент.
2) Найти оптимальный правильный механизм, используя реализуемость правильным механизмом в выражении (6).

2. Правильный механизм

В [5] доказано, что в активной системе с «сильными штрафами» для того чтобы механизм $\pi^{\Pi}(\cdot)$ был правильным, необходимо и достаточно выполнение «условия совершенного согласования»:

$$\varphi(\pi^{\Pi}(s), s) = \max_{x \in Y \bigcap X^{c}} \varphi(x, s), \qquad (7)$$

где X^{c} – некоторое множество, устанавливаемое Центром, не зависящее от сообщения s, и такое, что $Y \bigcap X^{c} \neq \varnothing$. Сильными штрафами будем считать $\chi(x, y)$ такие, что $f(x, y, r) = h(y, r) - \chi(x, y) < f(x, x, r) = h(x, r)$ при всех $x, y \in Y$, $r \in A$, например, $\chi(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad x = y \\ C, & \text{если} \quad x \neq y \end{cases}$, где $C > \max_{r \in A} \max_{y \in Y} h(y, r)$.

Следующий пример показывает, что условия (7), вообще говоря, не обеспечивают правильность механизма планирования.

Пример. Пусть $y \in Y = X = [0, \infty)$, $X^{c} = [0, x^{\circ}]$, $A = [r^1, r^2]$ $h(y, r) = h_1(y, r) + h_2(y, r)$,

$$h_1(y, r) = \begin{cases} \beta(r) - \alpha(y + p - r)^2, \text{где } y \in D = (-p + r - \sqrt{\beta(r)/\alpha}, -p + r + \sqrt{\beta(r)/\alpha}) \\ 0, \quad \text{где} \quad y \notin D \end{cases},$$

$$h_2(y, r) = \begin{cases} b - a(y - r)^2, \text{где } y \in E = (r - \sqrt{b/a}, r + \sqrt{b/a}) \\ 0, \quad \text{где} \quad y \notin E \end{cases},$$

и $\chi(x, y) = d(y - x)^2$, где α, $\beta(r)$, p, r, b, a, d>0.

Предположим, что действительное значение параметра r равно r^0, и оно известно агенту. Центру известна лишь принадлежность параметра r отрезку $[r^1, r^2]$.

Целевая функция агента $f(x, y, r) = h(y, r) - \chi(x, y)$ достигает на локальных максимумов по y при

$y = \tilde{y} = \tilde{y}(x, r) = \dfrac{d}{\alpha + d} x + \dfrac{\alpha}{\alpha + d}(r - p)$, если $r - p \geq r^1$,

$y = \tilde{y} = \tilde{y}(x, r) = \dfrac{d}{\alpha + d} x + \dfrac{\alpha}{\alpha + d} r^1$, если $r - p < r^1$,

а также $y = y^* = y^*(x, r) = \dfrac{d}{a + d} x + \dfrac{a}{a + d} r$ при $r \in [r^1, r^2]$.

Обратим внимание, что из этих соотношений выбор агентом состояния, оптимального для него, не совпадает с планом. Покажем, что для рассматриваемой в настоящем примере модели, при назначении планов, удовлетворяющих условию «совершенного согласования» (7), также не гарантируется сообщение достоверной информации.

Пусть r^0, x°, а также α, $\beta(r)$, p, b, a такие, что $-p + r^0 + \sqrt{\beta(r^0)/\alpha} < x^{\circ} < (r^0 - \sqrt{b/a})$.

Примем , что p и $\beta(r)$ таковы, что справедливы условия $\beta(r^0) < b < \beta(r)$ для $r^1 \leq r \leq x^{\circ} + p < r^0 \leq r^2$.

Вычислим значения целевой функции агента в точках локального максимума по y при заданных x и r. В точке $\tilde{y} = \tilde{y}(x,r)$ локальный максимум равен $\tilde{\varphi}(x,r) = \beta(r) - \alpha(\tilde{y}(x,r) - p - r)^2 - d(\tilde{y}(x,r) - x)^2 = \beta(r) - \frac{\alpha d}{\alpha + d}(x - r + p)^2$. В точке $y^* = y^*(x,r)$ локальный максимум по y равен $\varphi^*(x,r) = b - a(y^*(x,r) - r)^2 - d(y^*(x,r) - x)^2 = b - \frac{ad}{a+d}(x-r)^2$.

Максимум функции предпочтения $\tilde{\varphi}(x,s) = \max\limits_{x \in X \bigcap X^c} [\beta(s) - \frac{\alpha d}{\alpha + d}(x - s + p)^2] = \beta(s)$ по x при выборе Центром плана, удовлетворяющего условиям совершенного согласования (7), достигается на множестве $Y \bigcap X^c$ в точке $x = s - p \le x^\circ$.

Учитывая, что выигрыш агента равен $\varphi^*(x, r^0) = b - \frac{ad}{a+d}(x - r^0)^2$ и $x = s - p \le x^\circ$, агенту выгодно сообщить оценку $s = x^\circ + p \ne r^0$ параметра r.

Таким образом показано, что даже при выполнении условий совершенного согласования может быть, как несовпадение состояния с планом и сообщение ложных данных о параметре r.

Естественно, возникает вопрос о получении условий правильности, соответствующих условию совершенного согласования (7). Ответ на этот вопрос примем за решение задачи 1).

Для обеспечения однозначности выбора решений агентом введем предположение о *благожелательности агента при выборе действия* (1), (2) в случае, когда наряду с выполнением плана у агента имеется другой вариант действия с не меньшей для него эффективностью. Условие благожелательности на шаге выбора действия сформулируем следующим образом: «Если $\exists\, y \in Y$, $y \ne x$, такое, что $f(x,y,r) = f(x,x,r)$, то агент выберет действие y^*, совпадающее с планом, $y^* = x$».

Предположение о *благожелательности агента при выборе сообщения* (3), (4) опишем следующим образом: «Если $\exists\, s \in A$, $s \ne r$, такое что $\varphi(\pi(s), r) = \varphi(\pi(r), r)$, то агент выберет сообщение $s^* = r$.

Множество выполнимых агентом планов при заданном действительном значении параметра r имеет вид $P(r) = \{u \mid f(u,u,r) \ge f(u,y,r), u \in Y, y \in Y\} = \{u \mid h(u,r) \ge h(y,r) - \chi(u,y), u \in Y, y \in Y\}$. При $x \in P(r)$ и выполнении условия благожелательности агент выберет действие $y^* = x$.

Рассмотрим множество $Y^*(r) = \bigcup\limits_{x \in Y} R(x,r)$ всех возможных выборов действий агента при назначении любого допустимого плана. Здесь $R(x,r) = \operatorname{Arg}\max\limits_{y \in Y} f(x,y,r)$. При

$$P(r) = Y^*(r) \tag{8}$$

и выполнении условия благожелательности агент выбирает свое действие, совпадающее с планом, $y^* = y^*(x,r) = x$. Заметим, что сформулированное выше условие благожелательности означает, что если $x \in R(x,r)$, то $R(x,r) = \{x\}$.

Выражение (8) справедливо [7], если функция штрафов удовлетворяет «неравенству треугольника»

$$\chi(x,y) \le \chi(x,u) + \chi(u,y) \text{ для всех } x, y, u \in Y. \tag{9}$$

Из (8), в частности, следует оптимальность механизма планирования, обеспечивающего выполнения планов, в случае полной информированности Центра, когда ему известно значение параметра r [7].

Частным случаем штрафов, удовлетворяющих (9) является функция

$$\chi(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad x = y \\ c, & \text{если} \quad x \ne y \end{cases}, \tag{10}$$

где c>0. Функции штрафов вида (10) широко распространены в исследованиях и в [8] соответствуют стратегии наказания второго игрока (агента), в [9] соответствуют компенсаторным системам стимулирования.

Теорема 1. Пусть выполняются предположения о благожелательности агента и функция штрафов такова, что справедливо (8), тогда необходимым и достаточным условием правильности механизма $\pi^*(\cdot)$ для любого $r \in A$ является выполнение условия

$$\forall s \in A: X^{\text{c}} \bigcap P(s) \neq \varnothing, \tag{11}$$

где X^{c} – компактное множество, устанавливаемое Центром, и выполнение условия совершенного согласования вида

$$\varphi(\pi^*(s), s) = \max_{x \in X^c \bigcap P(s)} \varphi(x, s). \tag{12}$$

Доказательство.

Достаточность. Рассмотрим сообщение агента s, $s \neq r$, и множество $P(s)$. Предположим сначала, что

$$\pi(s) \notin P(r). \tag{13}$$

Центр, получив сообщение s назначает план $\pi(s) \in X^{\text{c}} \bigcap P(s)$ и $\pi(s) \notin X^{\text{c}} \bigcap P(r)$ в силу предположения (13). Пусть $y^*(\pi(s), r)$ — действие агента при плане $\pi(s)$. Заметим, что $y^*(\pi(s), r) \in P(r)$ в силу (8).

Выигрыш агента при сообщении s и действии $y^*(\pi(s), r)$ равен $W^s = h(y^*(\pi(s), r), r) - {}$ $- \chi(\pi(s), y^*(\pi(s), r))$.Заметим, что $\pi(s) \neq y^*(\pi(s), r)$ вследствие (13).

В случае сообщения агентом достоверной информации $\pi(r) \in X^{\text{c}} \bigcap P(r)$. Тогда выигрыш агента равен $W^r = h(y^*(\pi(r), r), r) - \chi(\pi(r), y^*(\pi(r), r)) = h(y^*(\pi(r), r), r) = h(\pi(r), r)$. Последнее равенство в этой цепочке равенств следует из $\pi(r) \in P(r)$. Действительно, при $\pi(t) \in P(r)$ и выполнении условия благожелательности выбор действия совпадает с планом, $y^*(\pi(r), r), r) = \pi(r)$, вследствие (8). Штраф в этом случае $\chi(\pi(r), y^*(\pi(r), r)) = \chi(\pi(r), \pi(r)) = 0$.

Разница выигрышей при сообщениях r и s равна

$$\Delta^{rs} = W^r - W^s = h(\pi(r), r) - h(y^*(\pi(s), r), r) + \chi(\pi(s), y^*(\pi(s), r)). \tag{14}$$

По определению множества $P(r)$ имеем $\forall u \in Y: h(\pi(r), r) \geq h(u, r) - \chi(y^*(\pi(r), r), u)$. Подставляя $u = y^*(\pi(s), r)$ и $y^*(\pi(r), r), r) = \pi(r)$, получаем $h(\pi(r), r) \geq h(y^*(\pi(s), r), r) - \chi(\pi(r), y^*(\pi(s), r))$, или

$$h(\pi(r), r) = \delta + h(y^*(\pi(s), r), r) - \chi(\pi(r), y^*(\pi(s), r)), \tag{15}$$

где $\delta \geq 0$. Подставляя (15) в (14), получаем $\Delta^{rs} = \delta + \chi(\pi(s), y^*(\pi(s), r)) - \chi(\pi(r), y^*(\pi(s), r))$.
Выберем в качестве процедуры планирования $\pi(r) = y^*(\pi(s), r) \in P(r)$, тогда $\chi(\pi(r), y^*(\pi(s), r)) = \chi(y^*(\pi(s), r), y^*(\pi(s), r)) = 0$. Отсюда следует $\Delta^{rs} = \delta + \chi(\pi(s), y^*(\pi(s), r)) = \delta + \chi(\pi(s), \pi(r)) \geq 0$.

Рассмотрим теперь случай, когда $P^*(r, s) = X^{\text{c}} \bigcap P(s) \bigcap P(r) \neq \varnothing$. Если Центр назначит план $\pi(s) \in X^{\text{c}} \bigcap P(s)$, но $\pi(s) \notin X^{\text{c}} \bigcap P(r)$, то этот случай рассмотрен выше. Пусть $\pi(s) \in P^*(r, s)$, тогда $y^*(\pi(s), r)) = \pi(s)$ и $\chi(\pi(s), y^*(\pi(s), r)) = 0$. Соответственно $W^s = h(y^*(\pi(s), r), r)$ и $\Delta^{rs} = h(\pi(r), r) - h(\pi(s), r)$. Учитывая (11), (12), определяем совершенно согласованный механизм планирования $\varphi(\pi^*(r),r)=\max_{x\in X^c\bigcap P(r)}\varphi(x,r)=\max_{x\in X^c\bigcap P(r)}h(x,r)=h(\pi(r),r)\geq h(\pi(s),r)$. Последнее неравенство справедливо в силу $\pi(s)\in P^*(r,s)$. Отсюда следует $\Delta^{rs}=h(\pi(r),r)-h(\pi(s),r)\geq 0$. Достаточность теоремы доказана.

Необходимость. Требуется доказать, что, если существует правильный механизм планирования, то существует множество X^{c} такое, что выполняется (9). Итак, пусть механизм планирования $\pi^*(.)$ является правильной, т.е. обеспечивает агентом выполнение плана и сообщение достоверной информации, $y^*=\pi^*(s^*)$, $s^*=r$, для всех $r\in A$. Покажем, что для любых $s\in A$ найдется множество X^{c} такое, что выполняются условия совершенного согласования (12).

Рассмотрим множество $X^{\text{c}*}=\bigcup_{s\in A}\{\pi^*(s)\}$, где $\{\pi^*(s)\}$ означает все значения функции $\pi^*(\cdot)$ при заданном s. Т.е. $X^{\text{c}*}$ представляет собой совокупность планов, определяемых процедурой планирования при всех допустимых сообщениях, $s\in A$.

Покажем, что для механизма планирования $\pi^*(\cdot)$, выполняются условия (13), если $X^{\text{c}}=X^{\text{c}*}$. Для этого воспользуемся доказательством от противного. Предположим, что $\pi^*(\cdot)$ не удовлетворяет условию (12) при $X^{\text{c}}=X^{\text{c}*}$. В этом случае с учетом условия благожелательности агента для некоторого сообщения $s'\in A$ найдется план x такой, что $x\in X^{\text{c}*}\bigcap P(s')\neq\varnothing$ и справедливо неравенство $\varphi^*(\pi^*(s'),s')<\varphi^*(x,s')$.

Так как $x\in X^{\text{c}*}$, то по построению множества $X^{\text{c}*}$ найдется s^*, что $x=\pi^*(s^*)$ и $x\in X^{\text{c}*}\bigcap P(s^*)$.

Предположим, что истинное значение параметра *r* равно s'.Тогда условие сообщение достоверной информации имеет вид $\forall s\in S$ $\varphi^*(\pi^*(s'),s')\geq\varphi^*(\pi^*(s),s')$.

Следовательно это неравенство должно быть справедливым и для $s=s^*$, т.е.

$$\varphi^*(\pi^*(s'),s')\geq\varphi^*(\pi^*(s^*),s')=\varphi^*(x,s').$$

Последнее неравенство противоречит предположению, что доказывает необходимость теоремы.

Обратим внимание на то, что в условиях совершенного согласования (12) множество $X^{\text{c}}\bigcap P(s)$, которому принадлежит правильный механизм зависит от сообщения агента, в отличие от соответствующих условий, эквивалентных (6), в [5].

3. Оптимальность правильного механизма

Следующая теорема определяет условия оптимальности правильного механизма планирования для неполностью информированного Центра.

Теорема 2. Пусть справедливо (8), тогда для любого допустимого механизма планирования $\pi(\cdot):A\to Y$ существует правильный механизм $\pi^{\text{п}}(\cdot)$ не меньшей эффективности (6): $Q_\pi(r)=F(\pi(s^*),y^*,r)\leq Q_{\pi^{\text{п}}}(r)=F(\pi^{\text{П}}(r),\pi^{\text{П}}(r),r)=F(x,x,r)$, где s^*_π, $y^*_\pi=y^*_\pi(s^*_\pi)$, $x=\pi^{\text{П}}(r)$ сообщение и действие агента при механизме $\pi(\cdot)$.

Доказательство. Пусть при заданном $r\in A$ и механизме $\pi(\cdot)$ агент выбирает сообщение $s^*_\pi=s^*_\pi(r)$ и действие $y^*_\pi=y^*_\pi(s^*_\pi)$. Для механизма $\pi(\cdot)$, в силу (8), имеет место $y^*_\pi\in P(r)$. Построим механизм $\tilde{\pi}(\cdot)$, для которого $\tilde{\pi}(s^*_\pi)=y^*_\pi$. Такой механизм реализуем, т.к. $\varphi(\pi(s^*),r)=h(y^*_\pi,r)-\chi(\pi(s^*),y^*_\pi)\leq h(y^*_\pi,r)-\chi(\tilde{\pi}(s^*_\pi),y^*_\pi)=h(y^*_\pi,r)-\chi(y^*_\pi,y^*_\pi)=h(y^*_\pi,r)=h(\tilde{\pi}(s^*_\pi),r)=\varphi(\tilde{\pi}(s^*_\pi),r)$. При механизме $\tilde{\pi}(\cdot)$ агент выбирает действие, совпадающее с планом, т.е. $y^*_{\tilde{\pi}}=\tilde{\pi}(s^*_\pi)=y^*_\pi=y^*_\pi(s^*_\pi)$, в силу $y^*_\pi\in P(r)$. Рассмотрим множество $\tilde{X}^{\text{c}}=\bigcup_{s\in A}\tilde{\pi}(s)$ и механизм, удовлетворяющий условию совершенного согласования (12), в котором $X^{\text{c}}=\tilde{X}^{\text{c}}$. По построению множества $\tilde{X}^{\text{c}}$,

$\tilde{\pi}(s_\pi^*)=y_\pi^* = y_\pi^*(s_\pi^*) \in \tilde{X}^{\mathrm{c}}$. Отсюда а также из из теоремы 1 следует $\varphi(\pi(s^*), r) \le \varphi(\tilde{\pi}(s_\pi^*), r) = \max\limits_{x \in \tilde{X}^{\mathrm{c}} \bigcap P(s)} \varphi(x, s) = \varphi(\tilde{\pi}(r), r)$, т.е. механизм $\tilde{\pi}(\cdot)$ обеспечивает выполнение плана и сообщение достоверных данных о типе агента r. С учетом (5) имеем также, что эффективность $Q_{\tilde{\pi}}(r)$ механизма $\tilde{\pi}(\cdot)$ не меньше эффективности $Q_\pi(r) = F(\pi(s^*), y^*, r)$. Примем $\pi^{\text{П}}(\cdot)=\tilde{\pi}(\cdot)$. Теорема доказана.

Следствие. Оптимальный механизм планирования содержится в множестве правильных механизмов.

Справедливость следствия определяется тем, что для оптимального механизма $\pi(\cdot)$ существует правильный механизм $\pi^{\text{П}}(\cdot)=\tilde{\pi}(\cdot)$ не меньшей эффективности.

4. Заключение

Результаты статьи дают решение проблемы построения правильных механизмов и подтверждают их оптимальность для моделей активных систем в условиях неопределенности Центра о параметрах агента. Доказанные теоремы определяют условия правильности и оптимальности для расширенного класса моделей принятия решений, описывающих как процессы выявления истинных предпочтений агентов, так и возможность агентов не выполнять установленные планы. Таким образом в этих моделях описывается возможность одновременного манипулирования сообщаемой информацией и поведением, которое выражается невыполнением принимаемых решений. Полученные результаты развивают и дополняют основные положения теории активных систем [1, 5, 6, 7, 9] и информационной теории иерархических систем [8].

Литература

1. *Бурков В.Н., Еналеев А.К., Коргин Н.А.* Согласованность и неманипулируемость механизмов организационного управления: текущее состояние проблемы, ретроспектива, перспективы развития теоретических исследований // Автоматика и телемеханика. – 2021. N 7. – С. 5–37
2. *Burkov, V. and Lerner, A.* Fairplay in control of active systems // Differential Games and Related Topics. –North-Holland Publishing Company, Amsterdam, London. – 1971. – P. 164–168.
3. *Dasgupta P., Hammond P., Maskin E.* The implementation of social choice rules: Some general results on incentive compatibility // The Review of Economic Studies. – 1979. – Vol. 46, N. 2. – P. 185-216.
4. *Myerson, R.* Incentive-compatibility and the bargaining problem // Econometrica. –1979. – Vol. 47. – P. 61–73.
5. *Бурков В.Н., Еналеев А.К.* Оптимальность принципа открытого управления. Необходимые и достаточные условия достоверности информации в активных системах // Автоматика и телемеханика. – 1985. N. 3. – С. 73-80.
6. *Бурков В.Н.* Основы математической теории активных систем. – М.: Наука, 1977. –255 с.
7. *Еналеев А.К.* Оптимальность согласованных механизмов функционирования в активных системах // Управление большими системами. – М.: ИПУ РАН, –2011. Выпуск 33. – С.143-166.
8. *Гермейер Ю.Б.* Игры с непротивоположными интересами. – М.: Наука, 1976. – 327 с.
9. *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2007. – 584 с.