

ПРОБЛЕМЫ ВЫБОРКИ ДАННЫХ СПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ГЛОБАЛЬНОЙ МОДЕЛИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ МАРСА¹

" 0" 0' Сальников А. М.

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия

salnikov@ipu.ru, batov@ipu.ru

Аннотация. Используя метод линейных интегральных представлений и необработанные спутниковые данные, мы построили аналитические модели магнитного поля вблизи поверхности Марса. Для выборки данных мы использовали сферические прямоугольные сетки одинаковой площади. Мы проанализировали спутниковые измерения и ввели несколько критериев выборки данных измерений при создании моделей магнитного поля марсианской коры.

Ключевые слова: Марс, магнитное поле, аналитическое продолжение, аппроксимация, выборка данных.

Введение

Марс не имеет глобального планетарного магнитного поля, характерного для Земли или Меркурия. Тем не менее, данные, полученные в результате спутниковых миссий Mars Global Surveyor (MGS), действовавшей с 1997 по 2006 год, и Mars Atmosphere and Volatile Evolution (MAVEN), действующей с 2014 года по настоящее время, показывают наличие некоторого устойчивого и регионально ограниченного магнитного поля, исходящего из марсианской коры.

Метод эквивалентных дипольных источников (Equivalent Source Dipole, ESD) был использован для получения актуальной на данный момент модели магнитного поля коры Марса с использованием выборочных данных спутниковых измерений MGS и MAVEN на разных высотах [1]. На высоте 150 км от поверхности идеализированной в виде сферы планеты, итоговая модель представлена в виде разложения по сферическим гармоникам до 134 степени и порядка, что приводит к пространственному разрешению примерно 160 км на поверхности планеты.

Магнитное поле в месте посадки миссии InSight оказалось в десять раз сильнее, чем предсказывалось моделью [2]. Марсоход «Чжужун» измерил слабое магнитное поле в 16 точках бассейна Утопия вдоль своего маршрута длиной 1089 метров. Измеренная интенсивность магнитного поля в месте посадки марсохода составила одну десятую от прогнозируемого значения [3].

Таким образом, разработка новых численных и аналитических методов построения моделей магнитного поля Марса высокого разрешения с использованием новых методов аппроксимации имеет важное научное значение. Кроме того, необходимость разработки методов создания сложных моделей магнитного поля на основе гетерогенных и разноточных спутниковых измерений, способствует разработке современных программных библиотек и пакетов, предназначенных для расчета аппроксимационных моделей физических полей.

1. Построение модели магнитного поля коры планеты

Первоначально мы тщательно изучили метод построения и параметры выборки данных для текущей модели магнитного поля Марса [1]. Метод ESD, примененный к магнетизму, был представлен несколько десятилетий назад [4]. Первоначально он был направлен на приведение к общей высоте измерений аномалий магнитного поля литосферного происхождения, полученных на разных высотах [5, 6, 7, 8]. Этот метод обычно используется для создания глобальных карт литосферного магнитного поля Земли [9], Марса [1, 10] и Луны [11] и может применяться к данным локального покрытия [12, 13].

В методе ESD магнитное поле, измеренное в точке наблюдения, является результатом отдельных вкладов дипольных источников, расположенных на некоторой глубине. Диполь, длина которого пренебрежимо мала по сравнению с расстоянием между ним и точками наблюдения, определяется как точечный магнитный диполь. Подход, используемый в текущей модели [1], — это метод ESD, введенный для представления данных измерений магнитного поля со спутников [5]. Эквивалентные диполи позволяют прогнозировать значения измерений магнитного поля, аппроксимированные методом наименьших квадратов, используя в качестве входных данных нерегулярные и

¹ Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда No 23- 27-00392.

пространственно разбросанные измерения магнитного поля, полученные в локальном или глобальном масштабе.

Скалярный магнитный потенциал от одного источника однозначно зависит от величины намагниченности диполя, его координат и координат точки наблюдения, что справедливо при отсутствии других источников между диполем и точкой наблюдения. В свою очередь, результирующее магнитное поле также однозначно определяется через величину магнитного потенциала и координаты.

В методе ESD дипольные источники размещаются на поверхности планеты или на несколько километров ниже, поскольку магнитное поле литосферы Марса имеет неглубокое происхождение [10]. На Земле обычно полагают, что намагниченность направлена вдоль направления главного поля [7]. Для точного обнаружения аномалии необходимо определить дипольный момент M . Три компонента дипольного момента выражаются как $(M\sin(I), M\cos(I)\cos(D), M\cos(I)\sin(D))$. Для расчета этих компонентов используются наклонение главного магнитного поля I и его склонение D . Однако главное поле ядра на Марсе отсутствует. Следовательно, не существует организующего магнитного поля для индукции. На больших масштабах расстояний считается, что I и D не коррелируют латерально.

Три компоненты намагниченности и три измерения магнитного поля, полученные на малых и больших высотах, используются в методе ESD для постановки обратной задачи. Метод наименьших квадратов минимизирует средневзвешенную разницу между измерениями и ожидаемыми значениями модели. Используемые веса представляют собой дисперсии, рассчитанные для каждой ячейки размером $1^\circ \times 1^\circ \times 10$ км. Для решения системы используется итерационный метод сопряженных градиентов.

Общая магнитная аномалия, измеренная в определенном месте, представляет собой сумму магнитных аномалий, создаваемых отдельными диполями. Однако существенный вклад вносят только диполи в определенном диапазоне расстояний. Испытания показали, что этот радиус действия можно ограничить сферой радиусом 1500 км [7]. В модели магнитного поля Марса используется сфера радиусом 1800 км.

Метод линейных интегральных представлений, использованный в нашей работе, также является одним из вариантов истокообразной аппроксимации [14, 15]. Одним из вариантов метода линейных интегральных представлений являются S-аппроксимации, т. е. аппроксимации поля суммой простых и двойных слоев, размещенных на определенном наборе носителей, лежащих ниже заданного рельефа. Простые аналитические формулы расчета матричных элементов при решении системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и трансформантов полей в региональном и локальном вариантах делают алгоритм построения такой аппроксимационной структуры простым и эффективным. Опишем кратко суть S-аппроксимаций. Пусть заданы значения N (при условии, что $N \geq 10^4$) измерений. В первом соотношении мы разделяем полезный сигнал и помехи (шум).

$$f_{i,\delta} = f_i + \delta f_i, j = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где f_i — полезный сигнал, а δf_i — шум, и выполняются следующие соотношения

$$f_i = \sum_{r=1}^R \int_{M_r} \rho_r(\xi) Q_r^{(i)}(\xi) d\mu_r(\xi), \quad (2)$$

где $\rho_r(\xi)$ — неизвестные функции, $Q_r^{(i)}(\xi)$, $r = \overline{1, R}$, $i = \overline{1, N}$ — заданные функции, $\mu_r(\xi)$ — заданные меры на M_r , а M_r — множества ассоциированных точек (в общем случае в R^n , $n \geq 1$). Неизвестные функции $\rho_r(\xi)$ можно рассматривать как плотности простого и двойного слоев, расположенные на некоторой поверхности, представленной в виде плоскости, двугранного угла или сферы. Такие плотности можно рассматривать как проекции магнитных источников на поддерживаемые магнитные массы, тогда как реальные массы трехмерны. Основная процедура обнаружения функций $\rho_r(\xi)$ является итеративной, аналогично методу Ньютона. Модификации с использованием метода линейного интегрального представления производятся на каждом шаге итерационной процедуры по сравнению с предыдущим шагом. Метод нахождения $\rho_r(\xi)$ (нахождение интегральных представлений значений f_i , $i = \overline{1, N}$) в общем случае состоит в постановке и решении условно-вариационной задачи, сводимой к совокупности безусловных вариационных задач, использующих метод факторов Лагранжа являющихся компонентами вектора Лагранжа λ . Наконец, решение СЛАУ дает нам вектор λ

$$A\lambda = f_\delta, f_\delta = f + \delta f, \quad (3)$$

где λ — вектор-столбец размера N , который необходимо найти, матрица проекции A — симметричная положительно определенная матрица размера $N \times N$, а f_δ — вектор-столбец размер N правой части, представляющий наблюдаемый магнитный функционал, выраженный как сумма вектора полезного

сигнала f и вектора помех δf . В общем случае неизвестный вектор-столбец λ может иметь размер $M \neq N$. Следовательно, матрица A размера $N \times M$ перестает быть симметричной, но мы можем определенным образом разбить ее на квадратные блоки. Вектор f описывает точное решение системы. С другой стороны, вектор δf описывает негладкую функцию, возникающую тем или иным образом, например, из-за ошибок измерения или особенностей математического представления. Невозможно точно или хотя бы адекватно, однозначно и объективно изолировать ошибки и разбить f_δ на f и δf . Последнее соображение подводит нас к поиску так называемого «квазирешения» и, по сути, к необходимости решения задачи математического программирования. В нашей работе таким решением является устойчивое приближенное решение СЛАУ, совместимое с априорной информацией.

После математической постановки задача нахождения неизвестных функций $\rho_r(\xi)$ сводится к нахождению численных параметров вектора λ . С помощью найденных приближений можно найти значения функционалов, представляющих линейные преобразования потенциального поля (нахождение высших производных поля и аналитических продолжений поля в нижнее и верхнее полупространства). Следует отметить, что при таком подходе бесконечномерная задача сводится к конечномерной, а все дальнейшие задачи интерпретации решаются в конечномерном пространстве, что играет существенную роль при интерпретации данных аномальных физических полей.

Несмотря на преимущества этого метода, он имеет некоторые недостатки, которые хотелось бы устранить. В методе линейных интегральных представлений, одним из вариантов которого являются S -аппроксимации, расхождение между исходным элементом поля и аппроксимируемым полем минимизируется в пространстве функций, интегрируемых на носителе эквивалентных масс. Такая постановка обратной задачи поиска распределения масс, эквивалентного по внешнему полю, позволяет получить простые аналитические формулы для элементов аппроксимации. Тем не менее, в этом случае необходимо восстановить значительную часть информации о геометрии носителя масс: его гладкости, симметрии и приблизительной локализации.

Таким образом, в нашей работе под A мы понимаем симметричную положительно полуопределенную матрицу с натуральными элементами. Такая матрица называется положительной на конусе. Эту линейную обратную задачу можно эффективно решить, используя алгоритм адаптивной разреженной регуляризации или методы, основанные на принципе Лагранжа.

Следующие рассуждения делают эти приближения осуществимыми. Если $f_{i,\delta}$ заданные измеренные значения аномального магнитного поля, то такие значения представляются как интегральное представление аномального поля количественного типа. Для описания этих приближений используется термин метрологический. В одних и тех же натуральных данных присутствуют многочисленные метрологические линейные интегральные аппроксимации. Этот факт в некотором смысле имеет решающее значение.

Нахождение устойчивого приближенного решения СЛАУ и точного представления шума является целью метода линейных интегральных представлений. При построении аппроксимационных структур основной вычислительной задачей после сведения задачи к конечномерной является поиск устойчивого приближенного решения СЛАУ. Поэтому актуальной задачей является создание новых итерационных методов решения СЛАУ для получения приближенного устойчивого решения систем огромных размерностей. Новые итерационные методы решения СЛАУ с использованием регуляризации позволят получить устойчивые адекватные решения систем больших размерностей, что особенно актуально сейчас. Таким образом, поиск устойчивого приближенного решения СЛАУ является основной вычислительной процедурой S -аппроксимаций. Для внешнего аномального поля выполнение такой процедуры означает обнаружение части внешнего поля, создаваемого неоднородностями верхнего слоя планеты с толщиной поверхности до нескольких сотен метров в вертикальном измерении.

Идеализированный Марс в нашей работе представляется как внутренняя часть сферы радиуса R_0 . Реальный Марс рассматривается как область, ограниченная замкнутой поверхностью S , немного отличающейся от сферы радиуса R_0 , и содержащейся внутри него. Принято, что в определенном наборе точек поверхности S заданы значения гармонической во внешности сферы функции, представляющей собой потенциал магнитного поля, выраженный через известные компоненты аномального геофизического поля: например, первая вертикальная производная потенциала на каком-то рельефе над физической поверхностью Марса или одна из измеренных составляющих вектора магнитной индукции.

Для аппроксимации аномального магнитного поля мы использовали простой и двойной слои, распределенные по двум концентрическим сферам. Быстрые расчеты можно производить благодаря относительно простому и удобному формату элементов матрицы:

$$a_{ij} = a_{ji} = 02\pi0\pi \left(Q_i^{(1)}(\xi)Q_j^{(1)}(\xi) + Q_i^{(2)}(\xi)Q_j^{(2)}(\xi) \right) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \frac{2\pi}{r_i r_j \sqrt{h_i h_j}} \left(1 + \frac{1}{4r_i r_j h_i h_j} \right) \times \\ \times F \left(2 \tan^{-1} \left(\sqrt{h_i h_j} \right), \sqrt{\frac{1 + \cos(\alpha_{ij})}{2}} \right) - \frac{\pi(3h_i^2 h_j^2 - 4h_i h_j \cos(\alpha_{ij}) + 1)}{r_i^2 r_j^2 h_i h_j \left(\sqrt{1 - 2h_i h_j \cos(\alpha_{ij}) + h_i^2 h_j^2} \right)^3},$$

где функция F — эллиптический интеграл первого рода [16].

Таким образом, поскольку в матрицу $A = A^T > 0$ заложены геометрия измерений и источники поля, выборку данных измерений можно рассматривать как часть процесса регуляризации. Аналитическое продолжение поля в нижнее полупространство позволяет выявить аномалии низкой интенсивности, которые могут быть заглушены в наблюдаемом поле другими аномалиями высокой интенсивности, вызванными различными геологическими причинами. Точность восстановленного поля при использовании S-аппроксимаций зависит от количества точек наблюдения, их взаимного расположения, топографии исследуемой территории и других факторов.

3. Источники данных

Мы анализировали информацию об измерениях магнитного поля Марса, хранящуюся на узле PPI PDS [17], используя наборы данных измерений космического аппарата MAVEN. Миссия MAVEN, часть проекта Mars Scout, представляет собой автоматизированную межпланетную станцию, предназначенную для исследования текущего состояния и эволюции атмосферы Марса. Хотя в настоящее время мы сосредоточены на измерениях MAVEN, важно отметить, что этот космический аппарат не покрывает все пространство планеты, поскольку не пролетает над полярными территориями. На заключительных этапах нашего проекта мы также планируем использовать информацию измерений MGS.

С экспериментом измерения магнитного поля MAG на борту космического корабля MAVEN связано три набора данных.

3.1. Вспомогательный пакет MAVEN

Пакет данных содержит все вспомогательные файлы, содержащие вспомогательные данные космического корабля и приборов. К ним относятся одиннадцать типов файлов возврата данных (Data Return File, DRF) и файлов инерционных единиц измерения, а также списки событий MAVEN. Список событий содержит научные события MAVEN и события из базы данных событий Центра управления полезной нагрузкой MAVEN (Payload Operations Center, POC).

3.2. Пакет калиброванных данных MAVEN MAG

Пакет данных содержит ASCII-файлы с табличными формами временных рядов векторов магнитного поля в геофизических единицах (нТл), которые были откалиброваны (с поправкой на эффекты космического корабля и инструментальные эффекты). Кроме того, эти данные были преобразованы в физически значимые системы координат. Временное разрешение зависит от скорости телеметрии, доступной при получении данных. До недавнего времени это был основной источник данных для наших выборок и численных экспериментов. Изучив несколько наборов данных, мы выбрали компактный набор, содержащий посекундные данные измерений, представленных в планетоцентрических координатах.

3.3. Пакет данных ключевых параметров MAVEN Insitu

Пакет данных содержит ASCII-файлы с табличными формами избранных полностью откалиброванных (L2) данных из пакетов Particles and Fields и NGIMS, а также информацию об эфемеридах. Данные представлены в физических единицах и усредняются/выбираются с одинаковой частотой. Непосредственно из данных уровня 2 получаются данные приборов in situ. Библиотеки и ядра SPICE используются для получения информации об эфемеридах.

4. Выборка и результаты

Внешней поверхностью Марса считалась сфера радиусом 3393,5 км. Для разделения сферической поверхности на ячейки равной площади использовалась сферическая прямоугольная равновеликая сетка (Spherical Rectangular Equal-Area Grid, SREAG) [18]. Метод прост в использовании и включает в

себя разделение сферы на широтные кольца почти постоянной ширины, а затем разделение каждого кольца на ячейки равной площади. С помощью метода SREAG сферическую поверхность можно разделить на прямоугольные ячейки, связанные широтой и долготой. Это приводит к почти квадратным ячейкам в экваториальных кольцах и почти одинаковой ширине ячеек в широтных кольцах. Прямоугольная система координат долгота-широта, используемая в астрономии и геодезии, позволяет легко визуализировать и интерпретировать объединенные данные. Используя метод SREAG, можно строить сетки с произвольным количеством колец, соответствующих широкому и теоретически неограниченному диапазону размеров ячеек.

Мы проанализировали измерения векторов магнитного поля за 3345 дней, состоящие примерно из 29×10^7 измерений, выполненных с квазиравномерными интервалами на сферической сетке на минимальных высотах. Используя метод SREAG, мы построили сферическую сетку из 180 колец шириной 1° или 41252 ячеек. На сферической сетке определялась ячейка, в которую вертикально проецировалась точка измерения с координатами космического корабля для каждого измерения из набора данных, и вычислялось расстояние до этой ячейки. Из всех проведенных измерений мы выбрали измерение с наименьшим вычисленным расстоянием до ячейки. Для ускорения поиска ближайшей точки сетки используется трёхмерное двоичное дерево поиска [19]. Время обработки за год измерений с использованием созданной библиотеки на персональном компьютере составило около 12 минут.

Для аппроксимации аномального магнитного поля мы использовали суммы простых и двойных слоев, распределенных по двум концентрическим сферам. Параметрами метода являются глубины залегания источников, эквивалентные во внешнем магнитном поле, поэтому мы использовали эти параметры в наших расчетах. В различных экспериментах мы варьировали глубину таких сфер под поверхностью идеализированной планеты от 0,1 км до 50,0 км. Все эксперименты показали высокую точность аппроксимации, когда отношение евклидовой нормы разности левой и правой частей к евклидовой норме правой части не превышало 10^{-9} .

При приближении к поверхности планеты продолжающееся поле распадалось и теряло связь с первоначальными измерениями из-за недостаточного верного аналитического продолжения в сторону источников, связанного с особенностями выбранного метода [20]. Тем не менее, продолжающееся поле сохраняло свою структуру и связь с исходными значениями до 50 – 60 км от высот измерений в сторону поверхности планеты.

5. Заключение

Чтобы построить аналитическую модель магнитного поля коры над поверхностью Марса с использованием метода S-аппроксимаций, необходимо собрать, обработать и проанализировать большой объем исходных данных измерений, выполненных космическими аппаратами. По-прежнему остается сложной задачей представить аналитическое продолжение магнитного поля планеты вниз на разные высоты, включая поверхность Марса. В процессе построения выборок спутниковых данных мы столкнулись с рядом проблем и особенностей, требующих дальнейшего изучения и поиска решений:

- разноточные и разнородные данные, требующие выборки;
- разные значения векторов магнитного поля для разных измерений, произведенных в (примерно) одних и тех же местах в разное время;
- модели и аналитические продолжения полей не соответствуют измерениям наземных миссий.

Для решения вышеизложенных проблем мы выдвинули несколько предположений, требующих численных экспериментов и проверок, в частности:

- построение различных сеток для выборки данных (стандартная, SREAG);
- выборка высот измерений по параметрам (минимальная, медианная, эмпирическая);
- выборка траекторий по параметрам (например, только на высотах 110 – 120 км);
- выборка с учетом поля видимости, при котором Солнце не находится в прямой видимости космического корабля (а также с учетом влияния атмосферы, ионосферы и других параметров из пакета данных ключевых параметров MAVEN In situ);
- выборка вблизи узлов сетки по параметрам (ближайшее, среднее, приближенное).

Литература

1. *Langlais B. et al.* A new model of the crustal magnetic field of Mars using MGS and MAVEN // *J. Geophys. Res. Planet*, 2019, V. 124. P. 1542–1569.

2. *Johnson C. L., Mittelholz A., Langlais B. et al.* Crustal and time-varying magnetic fields at the InSight landing site on Mars // *Nature Geoscience*, 2020, V. 13. Iss. 3. P. 199–204.
3. *Du A., Ge Y., Wang H. et al.* Ground magnetic survey on Mars from the Zhurong rover // *Nature Astronomy*, 2023.
4. *Emilia D. A.* Equivalent sources used as an analytic base for processing total magnetic field profiles // *Geophysics*, 1973, 38, 339–348.
5. *Mayhew M. A.* Inversion of satellite magnetic anomaly data // *J. Geophys.*, 1979, 45, 119–128.
6. *Von Frese R. R. B., Hinze W. J., and Braile L. W.* Spherical earth gravity and magnetic anomaly analysis by equivalent point source inversion // *Earth and Planetary Science Letters*, 1981, 53(1), 69–83.
7. *Purucker M. E., Sabaka T. J., and Langel R. A.* Conjugate gradient analysis: A new tool for studying satellite magnetic data sets // *Geo-physical Research Letters*, 1996, 23(5), 507–510.
8. *Dyment J., Arkani-Hamed J.* Equivalent source magnetic dipoles revisited // *Geophysical Research Letters*, 1998, 25(11), 2003–2006.
9. *Purucker M. E., Langel R. A., Rajaram M., and Raymond C.* Global magnetization models with a priori information // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1998, 103(B2), 2563–2584.
10. *Langlais B., Purucker M. E., and Manda M.* Crustal magnetic field of Mars // *Journal of Geophysical Research: Planets*, 2004, 109(E2), E02008.
11. *Purucker M. E., Head III J. W., and Wilson L.* Magnetic signature of the lunar South Pole-Aitken basin: Character, origin, and age // *J. Geophys. Res.*, 2012, 117, E05001.
12. *Purucker M., Langlais B., Olsen N., Hulot G., and Manda M.* The southern edge of cratonic North America: Evidence from new satellite magnetometer observations // *Geophysical Research Letters*, 2002, vol. 29, no. 15.
13. *Langlais B., Purucker M.* A polar magnetic paleopole associated with Apollinaris Patera // *Mars, Planetary and Space Science*, 2007, 55, pp. 270-279.
14. *Strakhov V. N., Stepanova I. E.* Solution of gravity problems by the S-approximation method (regional version) // *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, 2002, V. 38. No 7. P. 535-544.
15. *Stepanova I. E.* On the S-approximation of the Earth's gravity field: regional version // *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2009, 17 (8): 1095-1111.
16. *Carlson B. C.* Computing elliptic integrals by duplication // *Numer. Math*, 1979, 33, 1-16.
17. <https://pds-ppi.igpp.ucla.edu/search/?sc=MAVEN&i=MAG>
18. *Malkin Z. A.* New Equal-area Isolatitudinal Grid on a Spherical Surface // *The Astronomical Journal*, 2019, 158(4).
19. *Maneewongvatana S. and Mount D. M.* Analysis of approximate nearest neighbor searching with clustered point sets // *CoRR*, 1999.
20. *Stepanova I. E., Salnikov A. M., Gudkova T. V. et al.* On finding the analytical continuation of the magnetic field of Mars from satellite data using a combined approach // *Geophysical research*, 2023, V. 24. No. 2. P. 58–83.