DOI: 10.25728/mlsd.2023.1178

О РАСЧЕТЕ ОГИБАЮЩИХ ВХОДЯЩИХ ПОТОКОВ ДЛЯ ОБЪЕКТОВ ПОВЫШЕННОЙ ОПАСНОСТИ

Байбулатов А.А.
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
bajbulatov@mail.ru

Аннотация. Рассмотрена задача расчета ограничений входящих потоков в приложениях сетевого исчисления для объектов повышенной опасности. Раскрыта двойственность понятия огибающей. Представлен алгоритм расчета эмпирической огибающей и выявлены ее недостатки. Для огибающих на отрезке приведен алгоритм расчета, а также указаны их преимущества.

Ключевые слова: Network calculus, *сетевое исчисление, входящий поток, огибающая, огибающие на отрезке, система управления.*

Введение

Известно, что объекты повышенной опасности, к которым, в частности, относятся атомные электростанции (АЭС), характеризуются высоким риском возникновения аварийных ситуаций. Системы управления такими объектами требуют особого внимания, поскольку одной из причин аварий может быть несвоевременная передача управляющих воздействий и отображение сигнализации. Поэтому для объектов повышенной опасности оценка таких показателей как время прохождения команд управления, а также время отображения аварийных, предупредительных и информационных сигналов имеет немаловажное значение.

Поскольку современные системы управления объектами повышенной опасности обрабатывают достаточно большой объем информации, возможны ситуации, когда потокам сигналов недостаточно пропускной способности имеющихся каналов передачи данных; в этом случае возникают задержки передачи сигналов. При этом системы управления удобно рассматривать в качестве систем массового обслуживания. Исследованием подобных систем и оценкой временн*ы*х показателей занимаются несколько теорий. Среди наиболее известных можно выделить две из них.

Теория массового обслуживания, или теория очередей, которая начиналась с задач о телефонной связи и относительно простых системах, в настоящее время имеет более вековую историю и применяется к современным телекоммуникационным сетям с коррелированными потоками [1].

Теория детерминированных систем с очередями Network calculus, или сетевое исчисление, была создана в конце прошлого века специально для расчета сложных вычислительных сетей и в наши дни успешно используется в задачах управления потоками глобальной сети [2].

В каждой из теорий для расчета временн*ы*х показателей необходимо знание характеристик входящих потоков. В теории массового обслуживания потоки задаются распределениями вероятностей; выдаваемые результаты также имеют стохастический характер. Сетевое исчисление оперирует с детерминированными ограничениями входящих потоков, которые называются огибающими. Результирующие показатели также имеют детерминированный характер.

Для систем управления объектами повышенной опасности, на которые наложены жесткие временн*ы*е требования, детерминированный подход сетевого исчисления нередко оказывается более предпочтительным [3], особенно учитывая тот факт, что большинство таких систем имеют циклический алгоритм работы [4].

Предлагаемый доклад посвящен исследованию способов представления входящих потоков в сетевом исчислении для объектов повышенной опасности. В Разделе 1 приведены краткие сведения о понятии огибающей входящего потока и раскрыта его двойственность; представлен алгоритм расчета эмпирической огибающей и выявлены ее недостатки. В Разделе 2 приведено описание огибающих на отрезке, алгоритм их расчета и преимущества. В Заключении представлены основные результаты и сделаны выводы.

1. Понятие огибающей в сетевом исчислении

Одно из важных преимуществ теории сетевого исчисления заключается в том, что входящие потоки в ее задачах могут иметь совершенно произвольный характер, при этом рассматриваются они в виде кумулятивных функций.

Огибающая входящего потока определяется как неубывающая функция, ограничивающая кумулятивную функцию входящего потока. В расчетах показателей систем обычно используется минимальная огибающая, классическая формула для которой имеет вид [2]:

$$E(t) = \sup_{s\geq 0}\{A(t+s) - A(s)\}, \tag{1}$$

где $A(t)$ – кумулятивная функция входящего потока в зависимости от времени t.

Понятие огибающей в сетевом исчислении имеет двойственную природу: огибающая может быть либо задана, либо подлежать оценке.

1.1. Огибающая как заданная характеристика потока

С одной стороны, огибающая может представлять заданные ограничения на входящие потоки в задачах сетевого исчисления, т.е. требования на систему или технические характеристики, которым должна удовлетворять система, одним словом, описание того, как должна вести себя система. Задачи, связанные с таким представлением огибающей, исследованы относительно хорошо.

В большинстве, это задачи об управлении ресурсами и контроле трафика в телекоммуникационных сетях. Среди них можно выделить, например, расчет гарантированной скорости передачи данных для обслуживания по умолчанию в сетях с дифференцированными услугами (DiffServ), а также обеспечение гарантированной полосы для каждого потока в сетях с интегрированными услугами (IntServ).

Как правило, в этих задачах используются линейные огибающие, а также линейные функции обслуживания, на основе которых выводятся удобные в применении формулы для расчета задержек и очередей [2]. Широко используются две модели линейных огибающих: «текущее ведро», которое определяется аффинной функцией, и спецификация трафика (T-SPEC) в виде пары аффинных функций. Предполагается, что реальные входящие потоки в сети подчиняются указанным линейным моделям, возможно, после формирования специальными устройствами.

1.2. Огибающая как предсказание будущего поведения потока

С другой стороны, огибающая может представлять оценку ограничений на будущее фактического входящего потока, т.е. описание текущего входящего потока с прогнозом на будущее. Такая задача исследована недостаточно. Технически задача состоит в нахождении огибающей для существующей кумулятивной функции входящего потока.

Решение этой задачи в общем случае дает минимальная огибающая (1). При этом в случае расчетов с использованием фактического входящего потока, т.е. эмпирических данных, огибающая (1) может считаться эмпирической.

Переходя к дискретному времени и кумулятивной функции входящего потока в виде кумулятивной последовательности $A(t_k, t_n)$ количеств пакетов на интервалах $(t_k, t_n]$, где t_k и t_n – времена поступления k-го и n-го пакета соответственно, формула (1) приобретает удобный для вычислений вид:

$$E(t_k) = \max_{t_n\geq 0} A(t_n,\ t_n + t_k), \tag{2}$$

$$0 \leq n \leq N,\ \ 0 \leq k \leq N,$$

$$0 \leq t_n \leq T,\ \ 0 \leq t_k \leq T,$$

где N – суммарное количество пакетов входящего потока, T – общее количество дискретных меток времени.

В частности, если даны два вектора: $\boldsymbol{n}$ – кумулятивная последовательность пакетов, $\boldsymbol{t}$ – последовательность соответствующих меток времени поступления пакетов, то алгоритм расчета эмпирической огибающей (2) можно представить в следующем виде (рис. 1):

```
env := | for k ∈ 0..t_last(t)
       |   | env_k ← 0
       | for i ∈ 0..last(t)
       |   | for j ∈ i..last(t)
       |   |   | k ← t_j − t_i
       |   |   | y ← n_j − n_i
       |   |   | if y ≥ env_k
       |   |   |   | env_k ← y
       | for i ∈ 0..last(env) − 1
       |   | for j ∈ i+1..last(env)
       |   |   | if env_j ≤ env_i
       |   |   |   | env_j ← NaN
       | return env
```

Рис. 1. Алгоритм расчета эмпирической огибающей

Из представленного алгоритма (рис. 1) становится очевидным один из основных недостатков эмпирической огибающей – высокая вычислительная сложность: объем необходимых вычислений составляет $O(N^2+T^2)$ в пространстве $O(T)$. С ростом N и T, т.е. при длительном исследовании потока, вычисления могут стать чрезвычайно трудоемкими.

Другой недостаток эмпирической огибающей – неудобство использования результатов, поскольку в общем случае она не является прямой.

Как дополнение эмпирической огибающей с целью облегчения ее использования в расчетах задержек и размеров буферов могут использоваться линейные огибающие, которые рассчитываются на основе эмпирической огибающей. Это однокомпонентная огибающая модели «текущего ведра» и двухкомпонентная – соответствующая модели T-SPEC [5]. Таким образом, модели «текущего ведра» и T-SPEC, изначально созданные для описания заданных ограничений на входящие потоки, могут также использоваться для оценки будущего поведения фактических входящих потоков. С использованием линейных огибающих удобно проводить расчеты различных временн*ы*х показателей в системах управления объектов повышенной опасности [6].

Основные преимущества линейных огибающих следующие:

- расчет будущих ограничений на основе текущих,
- удобство использования в расчетах показателей систем.

Тем не менее, линейные огибающие, рассчитанные по эмпирическим, могут быть не всегда удобны и имеют два существенных недостатка:

- необходимость дополнительных к расчету эмпирической огибающей вычислений, т.е. еще более высокая вычислительная сложность,
- предположение, что предыстория содержит наихудший вариант входящего потока, т.е. наибольшие «всплеск» и «скорость» для моделей «текущего ведра» и T-SPEC.

2. Представление огибающих на отрезке

Для решения задачи о нахождении ограничений на фактический поток в системе и прогноза ограничений на будущее поведение потока может также использоваться другая методология без поиска эмпирической огибающей. Поскольку эмпирическая огибающая не используется, такая методология лишена недостатков эмпирической и построенных на ее основе линейных огибающих. Идея заключается в том, что вместо понятия эмпирической огибающей вводится понятие *огибающих на отрезке*. При этом поток ограничивается с двух сторон: снизу – нижней огибающей, а сверху – верхней [7].

Формально, если имеется кумулятивная функция входящего потока $A(t)$, $t \in [t_a, t_b]$, то поток называется *ограниченным на отрезке* $[t_a, t_b]$, если найдутся такие нижняя $E_{lower}(t)$ и верхняя $E_{upper}(t)$ огибающие, что

$$E_{lower}(t'_b - t'_a) \leq A(t'_b) - A(t'_a) \leq E_{upper}(t'_b - t'_a), \ \ \forall t_a \leq t'_a \leq t'_b \leq t_b. \tag{3}$$

Поток называется *ограниченным*, если он ограничен на интервале [0, +∞).

Графическое пояснение огибающих на отрезке (3) следующее:

- поток считается ограниченным снизу на отрезке $[t_a, t_b]$, если кумулятивная функция входящего потока $A(t)$ располагается выше нижней огибающей $E_{lower}(t)$ $\forall\, t \in [t_a, t_b]$;
- поток считается ограниченным сверху на отрезке $[t_a, t_b]$, если кумулятивная функция входящего потока $A(t)$ располагается ниже верхней огибающей $E_{upper}(t)$ $\forall\, t \in [t_a, t_b]$;
- поток считается ограниченным на отрезке $[t_a, t_b]$, если кумулятивная функция входящего потока $A(t)$ располагается между двумя огибающими $E_{lower}(t)$ и $E_{upper}(t)$ $\forall\, t \in [t_a, t_b]$.

Можно выделить следующие преимущества огибающих на отрезке:

- моментальный «на лету» расчет будущих ограничений на основе текущего поведения потока,
- независимость от предыстории.

Рассмотрим простой пример (рис. 2). Дан поток, обладающий свойствами однородности (все пакеты равноправны) и ординарности (одновременное наступление двух или большего числа событий невозможно). Вектор ***t*** меток времени поступления пакетов имеет вид: [0, 10, 20, 35, 55, 70, 85, 100, 120, 150]. Верхняя и нижняя огибающие на отрезке выбраны следующим образом:

$$E_{upper} = 0.1t + 1, \ \ E_{lower} = 0.1(t - 10). \tag{4}$$

Легко видеть, что в этом случае поток ограничен сверху, но не является ограниченным снизу. Поток ограничен снизу на интервале [0, 35], но не является ограниченным снизу на интервале [0, 55]. Поток ограничен на интервале [0, 35].

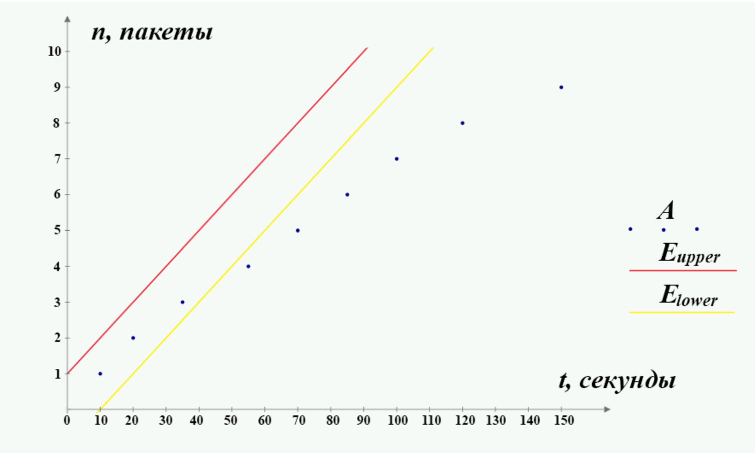

Рис. 2. Пример огибающих на отрезке

Однако огибающие на отрезке могут иметь более сложный вид, чем приведенные в примере рис. 2.

Один из недостатков огибающих на отрезке – сложность O(N) для их расчета в общем виде, что затрудняет их использование в системах управления реального времени, поскольку при длительном наблюдении временн*ы*е затраты будут ощутимыми.

Поэтому при решении практических задач, чтобы сделать вычисления проще, предпочтительно использовать линейные огибающие. Удобно использовать аффинную функцию (5) в качестве верхней огибающей и функцию «скорость-задержка» (6) в качестве нижней огибающей [7]:

$$E_{upper}(t) = kt + b, \tag{5}$$

$$E_{lower}(t) = k(t - T). \tag{6}$$

Важно, что обе прямые имеют одинаковый угловой коэффициент k, а параметры «всплеска» b и «задержки» T фиксированы. В этом случае вычислительная сложность становится постоянной O(1) и не зависит от числа пакетов входящего потока.

Задача о моментальном «на лету» нахождении огибающих на отрезке состоит в следующем. Имеется фактический, постоянно обновляющийся, входящий поток с кумулятивной функцией в виде кумулятивной последовательности $A(t_n)$, где t_n время поступления пакета n. Заданы две прямые (5), (6) с фиксированными параметрами b = const и T = const. Необходимо найти угловой коэффициент прямых k для текущего пакета n.

Решение задачи следующее. Вначале предполагается, что для текущего пакета n и соответствующей метки времени t_n поток ограничен прямыми (5), (6) с некоторым значением углового коэффициента k. При дальнейшем наблюдении за поведением потока, начиная с пакетов с номерами n+1 и далее, выявляется первый пакет, который нарушил текущие ограничения – он называется первым исходящим пакетом. Пакет, предыдущий первому исходящему, называется критическим пакетом.

В момент времени, когда был выявлен первый исходящий пакет, угловой коэффициент k прямых (5), (6) рассчитывается вновь как наклон прямой, проведенной между первым исходящим и критическим пакетами.

Аналогично расчету эмпирической огибающей, если даны два вектора: ***n*** – кумулятивная последовательность пакетов, ***t*** – последовательность соответствующих меток времени поступления пакетов, то алгоритм для расчета углового коэффициента огибающих может иметь следующий вид (рис. 3):

```
k := | n_critical ← n_0
     | t_critical ← t_0
     | k_1 ← (n_1 − n_critical) / (t_1 − t_critical)
     | for i ∈ 2..last(t)
     |   | if n_i − n_critical > k_{i−1}·(t_i − t_critical) + b ∨ n_i − n_critical < k_{i−1}·(t_i − t_critical − T)
     |   |   | k_i ← (n_i − n_{i−1}) / (t_i − t_{i−1})
     |   |   | n_critical ← n_{i−1}
     |   |   | t_critical ← t_{i−1}
     |   | else
     |   |   | k_i ← k_{i−1}
     | return k
```

Рис. 3. Алгоритм расчета углового коэффициента огибающих на отрезке

Вернемся к нашему примеру (рис. 2) и рассмотрим работу алгоритма (рис. 3). Первый пакет, который нарушил текущие ограничения (4), это пакет 4 с меткой времени 55 – это первый исходящий пакет. Тогда пакет 3 с меткой времени 35 – это критический пакет. Новый угловой коэффициент определяется как наклон прямой, проведенной между 3-им и 4-ым пакетами, k = 0.05. При дальнейшем наблюдении за потоком вплоть до пакета 9 с меткой времени 150 поток является ограниченным найденными линейными верхней и нижней огибающими (рис. 4).

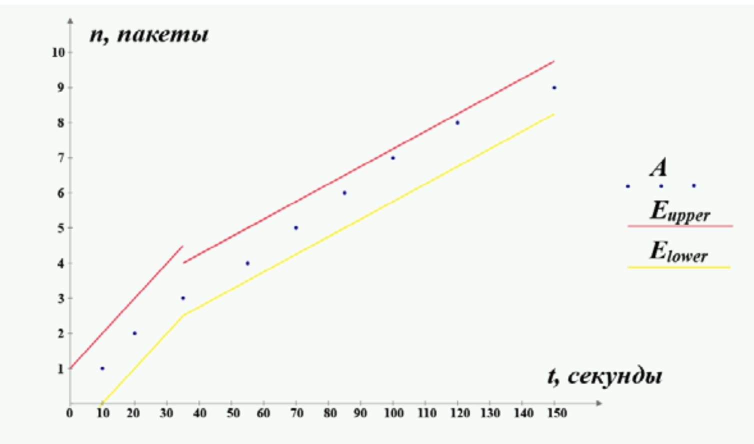

Рис. 4. Пример рассчитанных огибающих на отрезке

3. Заключение

Знание характеристик входящих потоков для систем управления позволяет проводить оценку временных показателей, таких как время прохождения управляющих воздействий и задержки отображения сигнализации, что для объектов повышенной опасности имеет немаловажное значение.

Детерминированный подход сетевого исчисления в этом случае оказывается более предпочтительным, чем вероятностные методы теории массового обслуживания.

Понятие огибающей входящего потока в сетевом исчислении имеет двойственную природу: это либо заданная в соответствии с техническими требованиями характеристика системы, либо характеристика, которую необходимо оценить на будущее по фактическому входящему потоку. Решение второй задачи встречается в современных публикациях нечасто.

Классическая минимальная огибающая, которая в этом случае является эмпирической, дает решение этой задачи в общем виде, но требует значительного объема вычислений. Более того, ее непосредственное использование затруднительно, поскольку она не является линейной.

Линейные огибающие, рассчитанные по эмпирической, удобны в использовании, но требуют дополнительных вычислений, поэтому еще больше увеличивают сложность. Кроме того, их использование основано на предположении о наихудшем прошлом поведении системы.

Для решения задачи прогнозирования будущего входящего потока хорошо подходят огибающие на отрезке, которые рассчитываются непосредственно по кумулятивной функции входящего потока без использования эмпирической огибающей. Преимущество огибающих на отрезке состоит в том, что они позволяют «на лету» проводить расчет будущих ограничений входящих потоков на основе текущих.

В случае, если огибающие на отрезке заданы линейными функциями: верхняя – аффинной, а нижняя – функцией «скорость-задержка» с фиксированными параметрами «всплеска» и «задержки» и одинаковым угловым коэффициентом, их расчет обладает постоянной сложностью, не зависящей от времени наблюдения. При этом параметры «всплеска» и «задержки» должны выбираться исходя из характеристик изучаемого потока.

Будущие исследования огибающих входящих потоков могут быть направлены на изучение влияния различного выбора параметров «всплеска» и «задержки» линейных огибающих на отрезке.

Литература

1. *Вишневский В.М.* Стохастические системы с коррелированными потоками. Теория и применение в телекоммуникационных сетях / В.М. Вишневский, А.Н. Дудин, В.И. Клименок. – М.: Рекламно-издательский центр «ТЕХНОСФЕРА», 2018. – 564 с.
2. *Le Boudec J.-Y.* Network Calculus: A Theory of Deterministic Queuing Systems for the Internet / J.-Y. Le Boudec, P. Thiran. – Online Version of the Book Springer Verlag. – LNCS 2050. Version August 23, 2022. – 265 p.
3. *Байбулатов А.А.* От теории очередей к сетевому исчислению: исторический обзор // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD’2018): труды 11-й междунар. конф: в 2 т. – М.: ИПУ РАН, 2018. – Т. 2. – С. 411–421.
4. *Промыслов В.Г., Семенков К.В.* Применение метода Network Calculus для расчета временных характеристик систем управления с циклическим алгоритмом работы // Проблемы управления. 2021. N 4. – С. 50–65.
5. *Байбулатов А.А., Промыслов В.Г.* Аппроксимация огибающей в приложениях «Network calculus» // Проблемы управления. 2016. N 6. – С. 59–64.
6. *Байбулатов А.А., Промыслов В.Г.* О некоторых проблемах систем управления, решаемых с помощью Network calculus // XII мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2019, Дивноморское, Геленджик): материалы XII мультиконференции в 4 т. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2019. – Т. 1. – С. 172-175.
7. *Bouillard A.* Algorithms and efficiency of Network calculus. – Paris, France, 2014. – 56 p.