

# МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ СКЛАДСКИМ ТРАНСПОРТНЫМ РОБОТОМ С АДАПТИВНЫМ ПЛАНИРОВАНИЕМ ПУТИ

Хаблов Д.В.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия  
dkhablov@mail.ru, dkhablov@ipu.ru

*Аннотация. В работе рассмотрена задача управления автономным транспортным роботом с дифференциальным приводом для использования на складах внутри помещений. Используется схема с одометрами и микроволновыми доплеровскими датчиками для прямого измерения скорости. В целях улучшения точности следования по маршруту система управления поддерживает малый угол ориентации между соседними путевыми точками. Для этого предусмотрена в случае необходимости возможность встраивания в траекторию адаптированного участка.*

*Ключевые слова: мобильный робот, дифференциальный привод, микроволновый датчик, фильтр Калмана.*

## Введение

Практически во всех отраслях промышленного производства, на транспорте, а также в торговле, науке, туризме и других областях в настоящее время наблюдается широкое внедрение мобильных роботов, выполняющих транспортные функции по перевозке грузов разного веса и габаритов. Это является следствием с одной стороны научно-технического прогресса, с другой стороны необходимостью повышения производительности труда в связи с наметившейся в развитых странах тенденцией к сокращению процентного сокращения населения работоспособного возраста. Все более значительную часть рутинной работы по комплектации на производстве, сборе интернет заказов на складских терминалах выполняют мобильные транспортные платформы, с дистанционным или автономным управлением. По большей части такие роботы должны действовать внутри помещений, где использование глобальной спутниковой навигации невозможно из-за критического уровня поглощения электромагнитных волн стенами зданий. Использование локальной навигации разного вида также затруднено и при этом её точность явно недостаточна. Поэтому для работы в этом случае используются автономные алгоритмы управления движением в пределах цифровой точной карты помещений с разделением на занятые и свободные зоны, т.н. бинарной сетки. Они основываются на том, что основной мобильный робот - двухколесный с дифференциальным колесным приводом является физической неголономной системой, находящейся в асимптотической стабилизации, когда она управляется нестационарными методами, основанными на законе Брокетта [1]. Существуют различные подходы, разработанные для управления мобильными роботами в некоторых приложениях при определенных условиях. В ссылке [2] авторы представили обратный пошаговый алгоритм управления движением по криволинейной траектории мобильного робота и достигнута хорошая точность отслеживания. В ссылке [3] был разработан нелинейный алгоритм управления, основанный на скользящем режиме управления. В ссылке [4] был разработан итеративный метод управления обучением для отслеживания пути с нейронной сетью, который может уменьшить ошибки в декартовом пространстве. В работах [5-6] для управления автономным мобильным роботом дополнительно применяется нечеткое управление. В статье [7] для слияния показаний датчиков используется фильтр Калмана. Применяются всевозможные дополнительные датчики, в т. ч. инерциальные, одометрические и инфракрасные, видеокамеры и др. Эти и большинство других работ используют в полной мере увеличивающиеся с каждым годом вычислительные возможности и достигают хороших результатов для универсального применения в разных реальных условиях.

Однако с некоторых пор усложнение вычислительных процедур и добавления датчиков не приводит к существенному улучшению характеристик управляемости по сравнению с вложенными средствами. Это удорожает транспортные мобильные роботы и делает их массовое использование для выполнения рутинных операций неэффективным. В настоящей работе ставится цель максимально упростить вычислительные процедуры для эффективного использования роботов в облегченных условиях применения в помещениях с оцифрованной бинарной сеточной картой.

## 1. Кинетическая модель мобильного робота с дифференциальным приводом

Модель мобильного робота состоит из шасси автомобиля с два ведущих колеса, установленных на одной оси, и передняя точечная скользящая опора. Оба колеса имеют одинаковый радиус  $r$  и разделены расстоянием  $D$ . Колеса имеют независимый дифференциальный привод от двух

двигателей постоянного тока для движения и ориентации. Робот локализуется в двух размерной Декартовой системе координат, привязанной к глобальным координатам через точку центра масс  $S$  посередине оси между колесами. Он обладает тремя степенями свободы с позиционированием в точке  $P_c = (x_c, y_c, \theta_c)$ , где  $(x_c, y_c)$  и  $\theta_c = \tan^{-1}(\dot{y}/\dot{x})$  - расположение в глобальной системе координат и ориентация соответственно. Кинематика мобильного робота определяется как

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_c \cos \theta_c \\ v_c \sin \theta_c \\ \omega_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

где  $v_c$  - это линейная скорость, а  $\omega_c$  - угловая скорость центра массы робота в точке  $s$ . В управляющей системе мобильного робота используются две совокупности позиций - опорная траектория  $P_r = (x_r, y_r, \theta_r)$  и текущая  $P_c = (x_c, y_c, \theta_c)$  (см. Рис.1). Возникающая ошибка между текущей позицией и эталонной в локальных координатах определится как

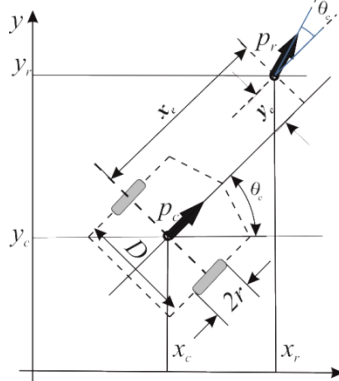


Рис. 1. Ошибка положения мобильного робота

$$P_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c & 0 \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (p_r - p_c) = T_e (p_r - p_c), \quad (2)$$

где  $T_e$  - матрица преобразования координат. Если опорные  $(v_r, \omega_r)$  и текущие  $(v_c, \omega_c)$  скорости подставить в (2) и взять производную, получим уравнение динамической ошибки мобильного робота:

$$\dot{P}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_c y_e - v_c + v_r \cos \theta_e \\ -\omega_c x_e + v_r \sin \theta_e \\ \omega_r - \omega_c \end{bmatrix}. \quad (3)$$

В дополнение к неголономному состоянию в соответствии с уравнением (3), необходимо учесть эффект проскальзывания при ускорениях в процессе движения. Для мобильного робота с дифференциальным приводом при движении по плоской поверхности справедливо выражения для линейной и угловой скорости

$$u_c = \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(\omega_R + \omega_L)/2 \\ r(\omega_R - \omega_L)/D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (v_R + v_L)/2 \\ (v_R - v_L)/D \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Угловые скорости правого  $\omega_R$  и левого  $\omega_L$  колеса, а также линейные скорости соответствующих колес  $v_R$  и  $v_L$ , должны быть ограничены, чтобы избежать скольжения. Из уравнения (4) следуют ограничения для линейного и углового ускорения мобильного робота соответственно

$$|a_c| = r \dot{\omega}_{max} \leq a_{max}, \quad r \dot{\omega}_{max}/D \leq \beta_{max} \quad (5)$$

В случае линейной модели, уравнение (3) минимизируется в окрестности точки равновесия ( $e=0$ ), при  $[v_c, \omega_c] = [v_r, \omega_r]$  и соотношении  $\sin \theta \approx 0$  (при малых углах ошибка управления минимизируется). Теперь входные данные управления перепишем следующим образом:

$$u_e = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos \theta_e - v_c \\ \omega_r - \omega_c \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (3), кинематическую модель можно представить как

$$\dot{P}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r & 0 \\ -\omega_r & 0 & v_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} P_e + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u_e. \quad (7)$$

Управляющие входы  $u_e$  можно разделить прямую передачу  $u_f$  и обратную связь  $u_b$

$$u_e = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos \theta_e \\ \omega_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} = u_f - u_b \quad (8)$$

## 2. Модель электрического привода колеса

Рассмотрим модель двигателя постоянного тока DC, приводящее в движение инерциальную нагрузку - колесо робота, и с входом — управляющим напряжением  $U(t)$ , а выходом – угловой скоростью вращения  $\omega(t)$  (см. Рис.2).

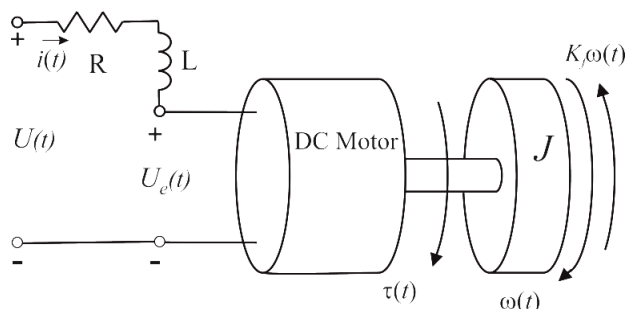


Рис. 2. Модель двигателя постоянного тока DC, управляющего инерциальной нагрузкой

В этой модели магнитное поле принято постоянным, сопротивление обозначается  $R$  и индуктивность обмотки  $L$ . Крутящий момент  $\tau(t)$  в валу двигателя пропорционален текущему току  $i(t)$  вызванному  $U(t)$ ,  $\tau_i = K_m i(t)$ , где  $K_m$  – коэффициент пропорциональности между током и моментом двигателя. ЭДС вращения  $U(t) = K_b \omega(t)$ , где  $K_b$  – константа ЭДС. Уравнение движения электропривода можно записать исходя из закона Ньютона, который устанавливает, что произведение момента инерции и производной угловой скорости равно сумме всех крутящих моментов на валу двигателя:

$$J d\omega/dt = \sum \tau_i = -K_f \omega(t) + K_m i(t) \quad (9)$$

где  $K_f$  – линейная аппроксимация коэффициента для вязкого трения. Электрическая часть двигателя описывается уравнением:

$$U(t) = L di/dt + Ri(t) + K_b \omega(t). \quad (10)$$

Учитывая эти два дифференциальных уравнения (9) и (10) можно записать представление в виде пространства состояний двигателя постоянного тока как динамической системы:

$$\begin{aligned} dx/dt &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

где  $x$  – вектор состояния системы, в нашем случае  $i$  и  $\omega$ ;  $y$  – вектор выхода, равный  $U$ , и вектор входа  $u$ , равный  $\omega$ . Взаимосвязь между входом системы и выходом можно представить как передаточную функцию из этого уравнения состояния в виде отношения изображений из преобразования Лапласа выхода и входа:

$$G(s) = \omega(s)/U(s) = C(sI - A)^{-1}B + D. \quad (11)$$

После подстановки в выражение (11) значения матриц  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  из уравнений (9) и (11), получим:

$$G(s) = K_m / [(Ls + R)(Js + K_f) + K_m K_b]. \quad (12)$$

Для линейной скорости перемещения колеса  $v(t) = r\omega(t)$  (м/с), где  $r$  – радиус колеса (м), а угловая скорость колеса  $\omega(t)$  выражена в радианах в секунду. Если значение передаточной функции из (12) подставить в (11), то зависимость угловой скорости колеса  $\omega$  от управляющего напряжения, выглядит следующим образом:

$$\omega(s) = U(s)K_m / [(Ls + R)(Js + K_f) + K_m K_b]. \quad (13)$$

Из уравнения (7) видно большое количество дополнительных переменных параметров, влияющих на точность перемещения колеса в зависимости от управляющего напряжения. Это параметры электродвигателя, передаточные коэффициенты по моменту, ЭДС, и току, трение и масса, давящее на колесо (через момент инерции). Обычное измерение угловых скоростей с помощью одометров не приводит к хорошей точности из-за эффекта проскальзывания при поворотах, повышенных скоростях и ускорениях. Это вносит погрешности в измерении линейной скорости  $v = r\omega$  и пройденного пути. Поэтому используются дополнительные датчики скорости, ускорения, которые при совместной работе сглаживают результаты измерения текущего положения. В работе для этой цели дополнительно используется СВЧ датчики линейной скорости колес [8], показания которых свободны от ошибок одометров.

### 3. Структура системы управления движением мобильного робота по заданной траектории

На Рис.3 представлена структура системы управления движением робота по заранее заданному маршруту в помещении при наличии бинарной сетевой карты области применения.

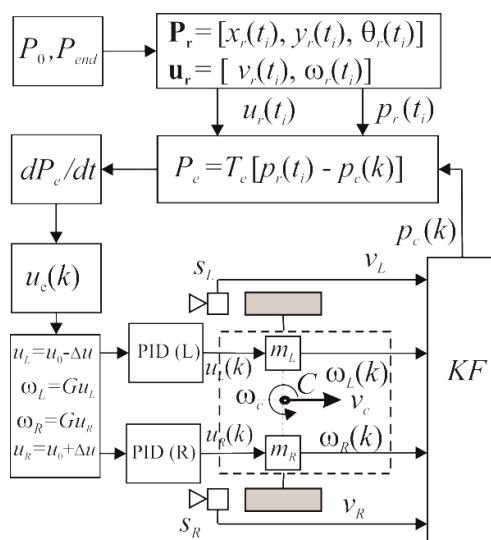


Рис. 3. Структура управления мобильным роботом

Дифференциальный привод робота состоит из двух моторов постоянного тока – правого  $m_R$  и левого  $m_L$ , соединенные с соответствующими колесами. Моторы управляют независимо напряжениями  $u_R$  и  $u_L$ . В соответствии с (13) на колеса поступают вращательные моменты для угловых скоростей  $\omega_R$  и  $\omega_L$  с передаточными функциями  $G_R$  и  $G_L$  (12). Эти сигналы предварительно проходят через контроллеры PID(R) и PID(L) правого и левого колес, необходимые для регулировки переходной характеристики двигателей. На основании измеренных значений угловых скоростей колес с помощью (4) рассчитываются линейная и угловая скорости робота. Затем после интегрирования получают текущие координаты всего мобильного робота относительно центра С. Для увеличения точности измерения в структуре управления, дополнительно используют СВЧ доплеровские датчики колес  $S_R$  и  $S_L$ , которые измеряют напрямую линейные скорости колес и затем линейную и угловую скорости робота в соответствии с (4). Эти данные не зависят от проскальзывания колес, и после слияния выполняемого по процедуре линейного фильтра Калмана KF, определяют уточненные мгновенные координаты робота  $p_c(k)$ , Индекс k показывает данные после очередной временной выборки с периодом  $T$ .

Далее текущие координаты робота поступают в блок определения текущей ошибки, где сравниваются с координатами, поступающими из генератора траектории. В него заранее загружают массивы путевых точек  $P_r$  и векторов скоростей  $u_r$ . Вместе с ними загружают также координаты начальной и конечной точки маршрута  $P_0$  и  $P_{end}$ . В этом блоке определяют ошибку  $P_e$  по (2) и затем её производную в соответствии с (3). По этой производной определяют вектор ошибки (6), управляющий движением, который имеет прямую и корректирующую часть. При совпадении между текущим положением робота и заданным, эта часть обнуляется.

Для обеспечения постоянной скорости в процессе движения, суммарное управляющее напряжение должно быть постоянным и равным  $u_0$ . Тогда управление происходит за счет регулирования

параметра  $\pm\Delta u$  таким образом, что если при поворотах управляющее напряжение для левого колеса увеличивается  $u_L = u_0 + \Delta u$ , то управляющее напряжение правого колеса уменьшится на эту же величину  $u_R = u_0 - \Delta u$ . При этом максимальные значения  $\Delta u$  должны не превышать условия (5).

Наиболее важной задачей, от решения которой зависит точность движения мобильного робота, является правильный выбор путевых точек и траектории движения.

#### 4. Выбор путевых точек и расчет траектории движения мобильного транспортного робота

Особенности работы мобильных транспортных роботов требуют тщательно выверенного выбора путевых точек и траектории движения. При обычном использовании траекторию вычисляют путем аппроксимации полиномами или сплайнами, чтобы движение происходило плавно без существенного снижения скорости и учетом критических значений (5). В рассматриваемом приложении, где свободные зоны для перемещения ограничены и места для разворота недостаточно, такой подход малопригоден. Увеличение числа путевых точек, приводит к значительному росту объема вычислений и временных затрат. С другой стороны, можно отметить, что высокую точность можно достичь за счет увеличения линейных участков пути и малых значений разницы между углами ориентации  $\theta_i$  соседних путевых точек (6).

Для вычисления траектории транспортного робота предложен следующий алгоритм. Процесс начинается с создания так называемой бинарной сеточной карты зоны действия. Эта карта представляет собой цифровую карту местности, где каждый пиксель может принимать значение «свободно» — для передвижения, и «занято» — в смысле наличия препятствий в виде стен, колонн и т.д. Карта создается с помощью предварительного реального сканирования площадей помещений или их планов технической документации в графических форматах “PNG”, “JPG” с последующим преобразованием в бинарную сетевую карту с помощью специальной программы. Далее необходимо ввести габаритные данные робота, например расстояние между колесами  $D$  и координаты стартовой  $P_0$  и конечной  $P_N$  точек. На эту величину численно «раздуваются» границы запрещенных зон, чтобы создать в будущем более безопасную траекторию движения. Затем вычисляется вероятностная дорожная карта в виде сетевых графиков возможных путей в данной бинарной карте, используя зону свободных пикселей (см. Рис.4). Алгоритм случайным образом генерирует узлы и создает связи между этими узлами на основе местоположений препятствий, заданных в карте, и на заданном минимальном расстоянии. Можно настроить количество узлов в соответствии со сложностью карты и желания найти самый эффективный путь.

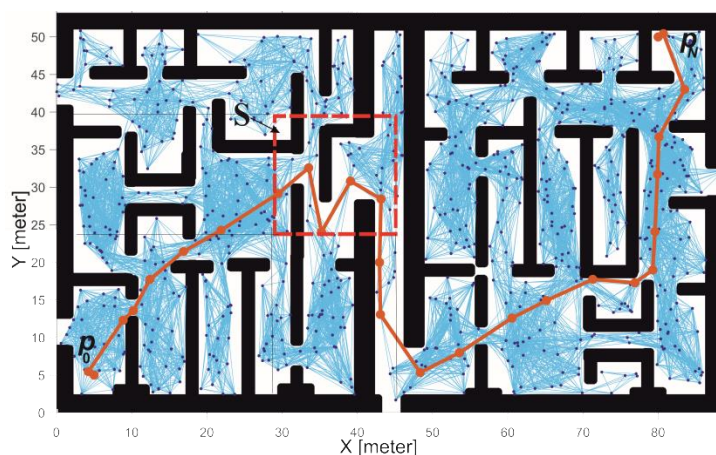


Рис. 4. Вероятностная дорожная карта и вероятностный маршрут из путевых точек от  $P_0$  до  $P_N$

Как видно из Рис.4 на рассчитанном маршруте имеется проблемный участок, где углы ориентации точек  $\theta_i$  превышают установленное предельное значение между соседними путевыми точками. В этом случае алгоритм выделяет эту область (квадратный участок S на Рис.4). Затем внутри области повторяется процедура выбора пути с путевыми точками, обеспечивая плавную траекторию с увеличенным количеством прямолинейных участков (см. Рис.5). Этот участок вшивается внутрь общего вероятностного пути  $\mathbf{r}_r$ , обеспечивая благоприятный режим работы алгоритма с малыми углами  $\theta_i$ .

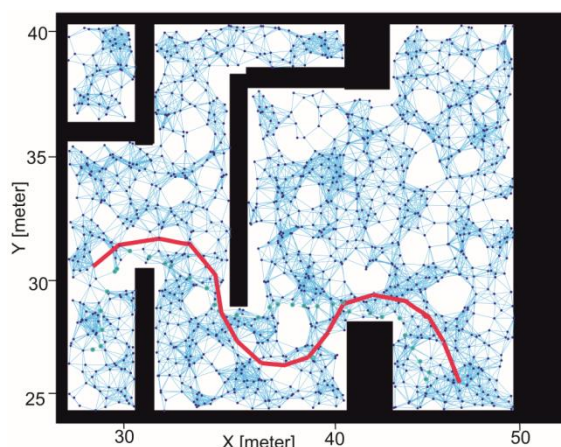


Рис.5. Участок вероятностной дорожной карты  $S$  и вычисленный дополнительный вероятностный маршрут из путевых точек

## 5. Заключение

Результаты моделирования и симуляции описанной системы управления выполненных в среде приложений МАТЛАБ показали существенное повышение точности перемещения по траектории в пределах конкретного применения транспортных роботов. Во-первых, совместное использование одометров и микроволновых датчиков позволяет повысить точность управляющих команд при слиянии их показаний с помощью фильтра Калмана. Это позволяет устранить влияние проскальзывания колес робота на измерение пройденного пути и скорости. Во-вторых, разработанный алгоритм адаптивной перестройки траектории заставляет робот двигаться по наиболее оптимальному линейному пути, который обеспечивает наибольшую точность отслеживания сигнала ошибки. В-третьих, движения с постоянной скоростью, применение PID регуляторов и использование для управления вектором скорости одного параметра  $\Delta u$  облегчает управление и сглаживает переходные процессы.

Система управления и адаптивным планированием пути может быть применена для управления транспортными автономными роботами в складских помещениях ограниченного размера. Для дальнейшего увеличения области функционирования необходимо подключать дополнительные датчики для независимого позиционирования для компенсации погрешностей.

## Литература

1. *Brockett, R.W.* Asymptotic stability and feedback stabilization. // *Differential Geometric Control Theory*. – 1983. – Vol. 27. – 181–208.
2. *Al-Araji, A.S.* Development of kinematic path-tracking controller design for real mobile robot via back-stepping slice genetic robust algorithm technique. // *Arab. J. Sci. Eng.* – 2014, –39, –P. 8825–8835.
3. *Fukushima, H., Muro, K., Matsuno, F.* Sliding-mode control for transformation to an inverted pendulum mode of mobile robot with wheel-arms. // *IEEE Trans. Ind. Electron.* – 2014. –62. –P. 4257–4266.
4. *Ostafew, C.J.; Schoellig, A.P.; Barfoot, T.D.* Visual teach and repeat, repeat, repeat: Iterative learning control to improve mobile robot path tracking in challenging outdoor environments // *Proc. of the 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. – Tokyo. – 2013. – P. 176–181.
5. *Mouloud Ider, Boubekeur Mendil* Type-2 fuzzy logic control for a mobile robot tracking a moving target // *Mediterranean Journal of Modeling and Simulation*, – 2015. – P. 57–65.
6. *Farooq Umar, Hasan K. M., Hanif Athar, Amar M., and Asad M.* Fuzzy Logic Based Path Tracking Controller for Wheeled Mobile Robots *International Journal of Computer and Electrical Engineering*, –Vol. 6, No. 2. – 2014. –P. 145-150.
7. *Larsen T.D, Hansen K. L., Andersen N. A. & Ravn O.* Design of Kalman Filters for Mobile Robots; Evaluation of the Kinematic and Odometric Approach // *Proc. of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications Hawaii'i, USA*. – 1999. –P. 22–27.
8. *Khablov D.V.* Control system for unmanned transport electric vehicles based on microwave Doppler sensors // *Measurement Techniques*. – 2022. – Vol. 65, No 2. – P. 142– 149.