

ОБ ИНДИКАТОРАХ ДЕСТАБИЛИЗАЦИИ ТРЕНДА ЦЕН НЕФТЕГАЗОВЫХ РЫНКОВ В BMS-МОДЕЛЯХ

Жолков С.Ю.

РГУ нефти и газа (НИУ) им. И.М. Губкина, Москва, Россия

sergei_jolkov@mail.ru

Шашев А.М.

Московский физико-технический институт (МФТИ), Москва, Россия

alex.shashev@mail.ru

Аннотация. Для построения момента окончания стабильного периода в BMS-модели со стохастическими переключениями как момента остановки, не зависящего от будущего, найдены фундаментальные характеристики дестабилизации, использующие только данные прошлой динамики цен spot daily Brent. Приводятся необходимые формулы и графики. Решение задачи дестабилизации – предварение к решению задачи оптимального планирования.

Ключевые слова: стохастическая теория управления портфелем активов, динамика цен нефтяных рынков, BMS-модели со стохастическими переключениями, адаптивная модель, индикаторы дестабилизации.

Введение

Предпочтительность использования стохастической теории управления портфелем активов для решения задачи оптимального управления разработкой нефтегазовых месторождений в сравнении с другими (многочисленными) методами [1] финансовой математики обусловлена следующим.

В оригинальной постановке стандартный диффузионный (B, S) -рынок (иное название – стандартная модель Блэка–Мертона–Шоулза или BMS-модель) задается двумя компонентами [1, с.345,912]. Динамика неслучайного актива (банковского счета) $B = (B_t)_{t \geq 0}$ описывается уравнением $dB_t = rB_t dt$, а динамика цены случайного актива $S = (S_t)_{t \geq 0}$ описывается стохастическим дифференциальным уравнением (Ито) $dS_t = S_t(\mu dt + \sigma dw_t)$. Из формулы стохастического дифференциала Ито [1, §3d; 2.§12.2] следует, что процесс $S_t = S_0 e^{H(t)}$, где $H(t) = ((\mu - \sigma^2)/2)t + \sigma w_t$, будет решением уравнения Ито.

В стохастической теории управления портфелем активов процесс $\pi = (\beta, \gamma) = (\pi_t)_{t \geq 0}$, где $\pi_t = (\beta_t, \gamma_t)$, $\gamma_t = (\gamma_t^1, \dots, \gamma_t^l)$ – предсказуемый стохастический процесс, называется портфелем активов (задающим стратегию на рынке). Здесь β – размер капитала, свободного или взятого займа, γ – количество акций или других активов каждого типа. При этом величины β и $\gamma(\omega)$ могут принимать не только положительные и нулевые значения, но и отрицательные, что означает взятие в долг с банковского счета и возможность заемных ("short selling") акций.

Стохастический процесс $X_t^\pi = \beta_t B_t + \gamma_t \cdot S_t$, где стохастический векторный процесс (S_t) описывает динамику цен активов, называется капиталом портфеля π (точка означает скалярное произведение). Важно уметь рассчитывать начальное значение X_0^π и оптимальную динамику капитала портфеля, чтобы обеспечить требуемое значение спекулятивного капитала в конечный момент времени. Точное значение X_0^π (если таковое существует) – это так называемая рациональная цена опциона.

Для существования точной оценки значения X_0^π и оптимального управления капиталом портфеля необходимы: *самофинансируемость* [1, с.497,788], *безарбитражность* [1, с.528], *полнота* [1, с.512].

С точки зрения экономики безарбитражность рынка означает, что каждая стратегия π должна быть сопряжена с риском. Экономическая интерпретация самофинансируемости: портфель активов спланирован так, чтобы не требовалось какого-либо оттока или притока капитала извне.

Стратегия (управления капиталом), гарантирующая выполнение в фиксированный момент времени N целевого результата (или обязательств по выплате) в размере f_N (т.е. $X_N^\pi = f_N$), называется хеджем. Портфель ценных бумаг $\pi = (\beta, \gamma)$ называется *совершенным* (x, f_N) -хеджем, если $X_0^\pi \equiv x$, $x \geq 0$, и $X_N^\pi = f_N$. (B, S) -рынок называется *N -полным* или *полным* (по отношению к моменту времени N), если любое *ограниченное* платежное поручение f_N , достижимо, т.е. существует x для которого найдется совершенный (x, f_N) -хедж π .

Решение вопроса, когда рынок является полным, представляет значительный интерес, поскольку позволяет однозначно определить рациональную цену обязательства f_N . Для безарбитражных рынков

проблема их полноты допускает исчерпывающее решение. В этом случае рациональная цена $C(f_N; P)$ может быть найдена в явном виде, причем она *не зависит* от структуры (x, f_N) -хеджа π . Иначе говоря, если π' – другой хедж, то начальные цены x и x' совпадают.

Начиная со второй половины 1980-х гг., в серии работ американских экономистов (см. [3], там же необходимые ссылки) методы стохастической теории управления портфелем активов были применены для решения о бурении первых скважин и для оценки стохастических затрат с помощью формулы Блэка–Шоулза (тогда же появился термин «реальные опционы»). Однако формула Блэка–Шоулза применялась сепаратно к различным стохастическим затратам и не носила систематического характера, задача оптимального планирования не ставилась вовсе, правомерность такого подхода не аргументировалась и вызывала вопросы.

В [3] задача управления портфелем активов была последовательно переформулирована как задача инвестиционного планирования: инвестиционный портфель: из спекулятивной стратегии должен превратиться в реальный проект разработки месторождения. Для инвестиционного проекта разработки и эксплуатации месторождения X_t^π – это *динамика баланса* доходов (основной – цена добываемой нефти) и расходов (на разработку, оборудование, эксплуатацию etc), а не динамика пакета акций. Спекулятивный портфель превращается в *инвестиционную стратегию* реального проекта, которая должна включать все планируемые затраты и доходы – с точки зрения математики финансов (стохастической теории управления портфелем активов), это означает выполнение «условия самофинансирования»; X_0^π – объем начальных инвестиций, значение X_N^π в конечный момент N времени планирования проекта – целевой результат проекта.

Экономическая интерпретация самофинансируемости наиболее ясна для дискретного времени.

Она задается равенством $X_n^\pi = X_0^\pi + \sum_{k=1}^n [\beta_k \Delta B_k + \gamma_k \cdot \Delta S_k]$, $n \geq 1$, что равносильно $B_{n-1} \Delta \beta_n + S_{n-1} \cdot \Delta \gamma_n = 0$, $n \geq 1$. Смысл его ясен: изменение $(B_{n-1} \Delta \beta_n)$ капитала (банковского счета) может осуществляться лишь за счет изменения $(S_{n-1} \cdot \Delta \gamma_n)$ в составе пакета активов, и наоборот. Для непрерывного времени равенство значительно сложнее [1.Т.2. Гл.7].

При такой трактовке проблемы мы можем использовать все расчетные результаты, полученные в «классическом» варианте портфеля активов, и в явном виде найти интегральные характеристики стохастических функций S_t и X_t , и явный вид оптимальной стратегии (совершенный хедж).

Наиболее плодотворный подход к решению указанных проблем и получению эффективных вычислительных оценок – мартингальный. Можно доказать, что при естественных условиях существует единственная вероятностная мера, эквивалентная данной вероятности P , относительно которой процесс S_t будет локальным мартингалом.

Доказано, что BMS–модель безарбитражна и полна. В модели BMS существует оптимальная стратегия $\tilde{\pi} = (\tilde{\beta}, \tilde{\gamma})$, для которой капитал $X_t^{\tilde{\pi}}$ таков, что $X_0^{\tilde{\pi}} = C$, $X_T^{\tilde{\pi}} = f(T)$. Находятся $\tilde{\pi}$ и соответствующий этой стратегии капитал $X_t^{\tilde{\pi}}$ следующим образом. Пусть $(F_t)_{t \geq 0}$ – обычный поток σ -алгебр, с которым согласован процесс S_t , и условная вероятность P_T задается равенством $P_T = P(\cdot | F_T)$, $T > 0$ (T – финальный момент времени). Тогда абсолютно непрерывная относительно P_T мера \tilde{P}_T , определяемая равенством $d\tilde{P}_T / dP_T = Z_T$, $Z_T = \exp(-\frac{\mu-r}{\sigma} w_T - \frac{1}{2} (\frac{\mu-r}{\sigma})^2 T)$, будет вероятностной мерой, эквивалентной P_T ($\tilde{P}_T \sim P_T$), и относительно \tilde{P}_T процесс $(S_t, F_t)_{t \leq T}$ является мартингалом. Капитал оптимального хеджа задается равенством $X_t^{\tilde{\pi}} = Z_t^{-1} X_t$, где $X_t = E(Z_T f_T | F_t)$. Также $X_t^{\tilde{\pi}} = B_t E_{\tilde{P}_T} \left(\frac{f_T}{B_T} | F_t \right)$.

Если целевая функция $f_T = (S_T - K)^+$, то соответствующий этой стратегии финансовый план (капитал) находится в явном виде [1, с.916]. При $t=0$ получаем знаменитую формулу Блэка–Шоулза.

Таким путем модель динамики цен становится частью оптимального инвестиционного проекта. Анализ доходов и затрат оптимального инвестиционного проекта позволит принять обоснованное решение о начале разработки месторождения или отказе от разработки, если построена достаточно точная модель, адекватная динамике рынка, что сделано в [4] – об этом далее.

Эта модель представляет собой серию сменяющих друг друга BMS–моделей, параметры которых оцениваются как статистики от реальной динамики цен рынка. Однако статистические оценки (как функции от динамики цен) параметров этих моделей ведут себя совсем не так, как статистики параметров естественнонаучных, к примеру, физических моделей. Они не сходятся к горизонтальной

асимптоте, которая, собственно, и определяет параметр, а колеблются в некотором диапазоне, хотя и незначительном. Хотя они и стабилизируются, но могут демонстрировать разное асимптотическое поведение (графики можно видеть в [5]). Это объясняется сильным влиянием субъективного фактора.

Однако удалось создать универсальный алгоритм моделирования оптимальной функции динамики цен и планирования инвестиций с отклонением менее 9% [6] от всей известной динамики нефтяных цен spot, используя для построения самой модели реальную статистику только на 17–18 процентах длины каждого периода (этот интервал называется *базой*). А флуктуации параметров в конце периода, порожденные субъективной компонентой, уже не оказывают влияния.

Одна из серьезных проблем, которую требуется решить, заключается в том, что в алгоритмах, по которым были найдены моменты смены BMS-моделей (на следующую, с другими параметрами), была использована статистика цен из будущего. Нам же необходимо определить, что период стабильности завершился, исключительно по текущей статистике цен настоящего и прошлого, т.е. определить момент окончания стабильного периода как момент остановки, не зависящий от будущего.

Это можно сделать, найдя достаточный набор индикаторов дестабилизации, по динамике, либо тренда, либо волатильности (дисперсии), либо по дивергенции модели и рынка. В той работе определяются и исследуются индикаторы, связанные с трендом.

1. BMS-модели со стохастическими переключениями (BMS-серии)

1.1. Статистика (исходные данные)

Исходными данными для моделей служат статистические данные цен spot daily на сырую нефть марки Brent, которая считается в Европе и России эталонным сортом, определяющим цены на другие сорта. Котировки информационно-аналитического агентства Platts (Platt), McGraw Hill Financial (<http://www.platts.com/>) (являющиеся коммерческой информацией агентства) считаются официальными. Обработка данных происходит согласно методике Platts (Platt's) Crude Oil Methodology, публикуемой в открытом доступе. Данные публикуются также партнерами Platt, например, агентствами Thomson Reuters (Reuter's) или Bloomberg, а также Финам, или Argus (анализирует внебиржевые данные).

Данные разных агентств различаются не только формой представления, но и численными величинами. Различия значительны. На Таб.1 представлены 12 максимально различных значений цен агентств Reuter и Bloomberg, упорядоченных по убыванию. Разность – от 14 до 26%. Это не мало.

Таблица 1. Сравнительная таблица ежедневных данных агентств Reuter и Bloomberg

Date	Reuter	Bloomberg	Delta	%
31.12.2008	36.17	45.59	-9.42	26.04
19.06.1998	10.75	12.85	-2.10	19.53
22.06.1998	11.08	13.24	-2.16	19.49
16.06.1998	10.69	12.72	-2.03	18.99
17.06.1998	11.00	13.06	-2.06	18.73
18.06.1998	10.78	12.78	-2.00	18.55
29.12.2008	34.52	40.55	-6.03	17.47
15.06.1998	10.54	12.17	-1.63	15.46
03.07.1998	11.79	13.55	-1.76	14.93
02.07.1998	11.84	13.57	-1.73	14.61
18.11.1998	10.11	11.55	-1.44	14.24
23.06.1998	12.19	13.92	-1.73	14.19

Источник: данные агентств Reuter (Thomson Reuters) и Bloomberg

Примерно такую же картину дает сравнение цен других агентств. Возникающие проблемы проанализированы. Хотя уже приведенные данные демонстрируют необходимость внимательного отношения к используемой статистике, анализ показывает, что на среднесрочные модели указанные различия не оказывают существенного влияния (что а priori совсем не очевидно).

Данные агентства Platt (Platts Dated Brent), используемые в моделях, будут в графической форме приведены далее.

1.2. BMS-модели на стабильных периодах

Несмотря на популярность BMS-модели, анализ статистики рынка показал, что она не адекватна реальной динамике цен на больших интервалах времени, или иными словами динамика цен не может быть описана одной моделью с постоянными коэффициентами («жесткой», в терминологии В.И. Арнольда). Однако анализ статистики позволил сформулировать гипотезу [3]: вся статистика цен может быть разбита на «периоды стабильности» (не стационарности!). На каждом периоде коэффициенты μ и σ постоянны, но зависят от S_t , а следовательно, случайны: $\mu = \mu(\omega, t, S_t)$, $\sigma = \sigma(\omega, t, S_t)$.

Задача разбиения на периоды стабильности подобна поиску «разломов» у временных рядов, которые могут быть найдены различными способами. В [7] предложены два несложных способа, оказавшихся эффективными для исследуемых рынков, которые дали примерно одинаковый результат: разбиение цен 1988–2016 гг. на примерно 16 периодов стабильности [6; 7].

К 2020 г. серия разбивается на 18 периодов стабильности: **1:** 08.07.88–17.07.90 (**521**); **2:** 18.07.90–[**51**] 26.09.90 (**572**); **3:** 27.09.90–[**92**] 06.02.91 (**664**); **4:** 07.02.91–[**843**] 19.05.94 (**1507**); **5:** 20.05.94–[**683**] 15.01.97 (**2190**); **6:** 16.01.97–[**490**] 10.12.98 (**2680**); **7:** 11.12.98–[**374**] 26.05.00 (**3054**); **8:** 30.05.00–[**419**] 14.01.02 (**3473**); **9:** 15.01.02–[**1168**] 28.07.06 (**4641**); **10:** 31.07.06–[**117**] 11.01.07 (**4758**); **11:** 12.01.07–[**397**] 31.07.08 (**5155**); **12:** 01.08.08–[**87**] 01.12.08 (**5242**); **13:** 02.12.08–[**623**] 24.05.11 (**5865**); **14:** 25.05.11– [840] 12.09.14 (**6706**); **15:** 15.09.14–[86] 15.01.15 (**6792**); **16:** 16.01.15–[86] 20.05.15 (**6878**); **17:** 21.05.15–[200] 02.03.16 (**7078**); **18:** 03.03.16–[773] 21.03.19 (**7851**). Здесь [] – количество точек на отрезке, () – номер последней точки (в 2011 периодов было 13). На основе именно этого разбиения были построены точные адаптивные модели.

На графике это разбиение и динамика нефтяных цен spot daily выглядят следующим образом:

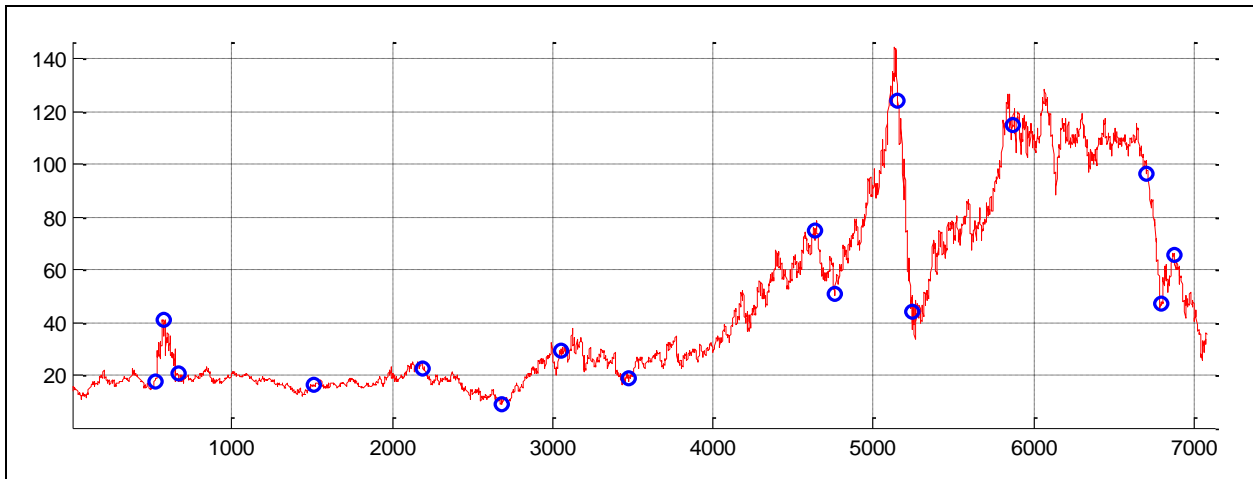


Рис. 1. Ежедневная статистика Platt's Dated Brent и точки разбиения (синие круги)

Приведенное выше стохастическое дифференциальное уравнение Ито имеет решение $S_t = S_0 e^{H(t)}$, $H(t) = at + \sigma w_t$, где $a = (\mu - \sigma^2/2)$, w_t – винеровский процесс (стандартный) [1. §3d; 2. §12.2]. Согласно модели, $H(t+\Delta) = a(t+\Delta) + \sigma w_{t+\Delta}$, и $H(t+\Delta) - H(t) = a\Delta + \sigma\sqrt{\Delta}G$, где G – стандартная гауссовская с.в. Откуда $\ln \frac{S_{t+1}}{S_t} = H(t+1) - H(t) = a + \sigma(w_{t+1} - w_t) = a + \sigma G = G_{a, \sigma^2}$ (равно по распределению). По этой формуле моделируется динамика цен на каждом периоде стабильности.

Для моделирования необходимо определить параметры BMS-модели: a и σ . Их дает статистическая оценка по реальной динамике цен spot daily: Если P_t – реальные цены, а $\ln(P_t/P_0) = \hat{H}_t$, то \hat{H}_t – оценка H_t , и $\hat{h}_n = \hat{H}_n - \hat{H}_{n-1}$ – оценка $h_n = H(n) - H(n-1)$. Таким образом, $\hat{h}_n = \ln \frac{P_n}{P_0} - \ln \frac{P_{n-1}}{P_0} = \ln \frac{P_n}{P_{n-1}}$, и оценки

параметров: $\hat{a}(n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \hat{h}_k = \bar{h}(n)$, $\hat{\sigma}^2(n) = s^2(n) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n [\hat{h}_k - \bar{h}(n)]^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n [\hat{h}_k - \bar{h}(n)]^2$.

Вычисление оценок параметров $a(n)$ и $\sigma^2(n)$ по возрастающему начальному интервалу $[0, n]$ на каждом стабильном периоде качественно дает примерно одну и ту же картину [5].

После резких выбросов и флуктуаций в начале стабильного периода затем наблюдается заметная стабилизация параметров. Но поскольку (что уже отмечалось во Введении) сходимости к константе не наблюдается, необходимо определить точку отсечения «начального интервала». Это можно сделать с помощью *адаптивной модели*, которая, собственно, и находит оптимальную функцию.

2. Адаптивные BMS-модели со стохастическими переключениями

Если на каждом стабильном периоде динамика цен адекватно описывается BMS-моделью (ее второй компонентой), то должна выполняться статистическая гипотеза: $\hat{h}_1, \dots, \hat{h}_n$ должны быть независимыми гауссовскими с.в. Однако, как показано в [7. Разд.2], эта гипотеза отвергается более чем на половине стабильных периодов даже при уровне значимости 0.05. Так что, не выполняется не только оптимистичная гипотеза о тотальном описании динамики цен BMS-моделью, но и более скромное утверждение об адекватности этой модели на периоде стабильности. Более реалистично предположение об описании динамики цен на стабильном периоде BMS-моделью с требуемой точностью. Такие модели называются адаптивными.

Значит, начинать нужно с определения достаточного набора числовых характеристик, индикаторов близости (отклонения модельных траекторий от реальных цен) на каждом периоде. Для исследования близости модели реальному рынку выбраны 3 (из 7 рассматривавшихся) основные

характеристики (индикаторы): максимальное относительное отклонение: $\max d(P, S) = \max_{t \in [1, N]} \left\{ \left| \frac{S_t - P_t}{P_t} \right| \right\}$;

среднее квадратичное (нормированное по длине интервала N) относительное отклонение: $qd_{av}(P, S) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{S_t - P_t}{P_t} \right)^2}$, среднее (нормированное по длине интервала) относительное колебание (swing):

$sw_{av}(P, S) = \left| \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{S_t - P_t}{P_t} \right) \right|$. Комментария требует только swing. Много экономических характеристик

инвестиционных проектов зависит линейно от исследуемой функции цены – в них колебания (sw) просто скомпенсируются [8].

Была разработаны специальные алгоритмы (в них тонким образом задействованы несколько тысяч траекторий модели), выдающие *аппроксимирующие функции* на каждом периоде стабильности, и финальную *оптимальную функцию* (оптимальную по индикаторам близости). Причем эти алгоритмы универсальны, в том смысле, что не требуют никаких отдельных настроек по каждому периоду.

Вычисление аппроксимирующих функций основано на предварительных оценках параметров $a = \mu - \sigma^2/2$ и σ^2 , но не на всех точках интервала, а лишь на начальных, образующих интервал, названный *базой*. Причем, после базы оптимальная функция оставалась неизменной на каждом периоде.

К многочисленным графикам оптимальной функции на различных интервалах, приведенным в [4; 6; 7], для иллюстрации добавим еще один график – к примеру, на 4-м периоде.

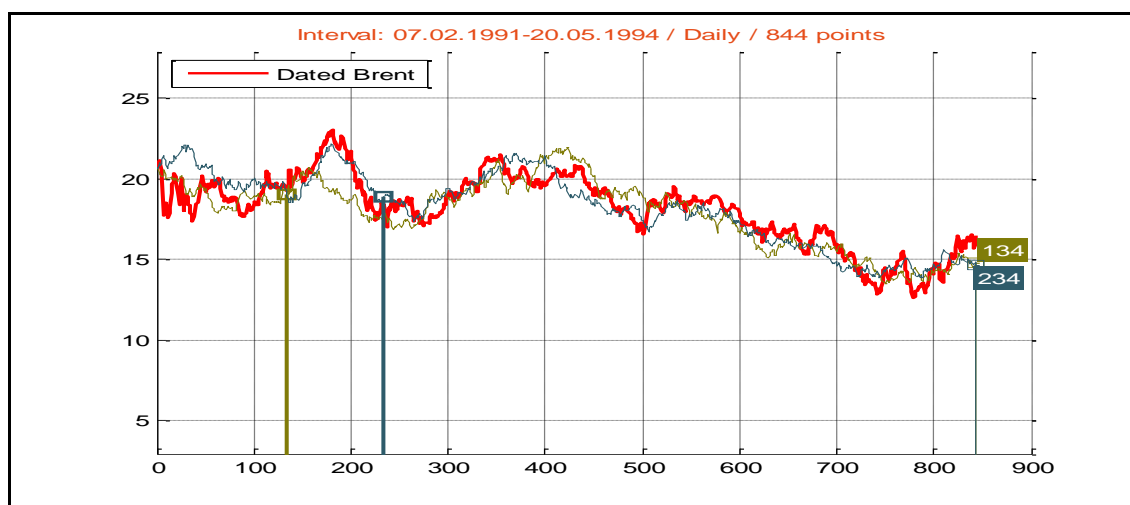


Рис. 2. Реальные цены (жирная красная линия) и 2 аппроксимирующие траектории (тонкие линии разных цветов) на 4-м стабильном периоде

Число в квадратике в конце каждой аппроксимирующей траектории – длина начального интервала, где оцениваются параметры. Границы интервалов отмечены цветными вертикальными линиями. 234 – длина базы; соответственно, 234-я траектория – оптимальная. Значение $qd_{av} = 0.060249 < 0.09$.

Из всех периодов лишь на трех оптимальные траектории дают отклонение меньше 9% с более чем 18% начальных точек (дней периода) т.е., достаточная аппроксимация происходит примерно с 1/6 части периода. Если мы поставим целью достичь не 9%-ной, а меньшей точности, база будет еще короче. Таким образом, отвержение гипотезы об адекватности гауссовской выборке не мешает точности приближения при построении адаптивных моделей.

Итак, указанные методы и результаты хорошо экстраполируют динамику цен до конца периода и решают задачу точного моделирования цен на нефтяных (и не только) рынках. Однако при этом мы заранее знаем (по разбиению), когда период закончился – это можно назвать "квази-прогнозом". Когда начнется новый период, все оценки придется пересчитывать.

Точнее, квази-прогноз становится точным только тогда, когда мы знаем, что: 1) мы находимся на стабильном периоде рынка; 2) можем использовать алгоритмы построения оптимальной функции; 3) оптимальная функция найдена (таблица стабилизировалась, т.е. мы знаем, что процесс поиска оптимальной функции завершен); 4) мы твердо знаем, что из стабильного периода еще не вышли.

Предваряя возможную критику, предлагаем вспомнить с какой частотой такие уважаемые организации, как МВФ или World Bank пересматривают оценки и прогнозы.

Хотя задачу прогноза пока не удалось решить (о прогрессе в этом направлении – в следующем разделе), достаточно точная адаптивная модель построена, в противоположность доминирующему сейчас «общему мнению» экономистов о невозможности сколь-нибудь точного моделирования и прогнозирования цен на нефть (газ), сменившему оптимизм начала XXI-го века.

Это мнение основывается на здравом аргументе: в числе значимых «ценообразующих факторов» много абсолютно субъективных и антиэкономических (действия неуравновешенных политических «игроков», ошибочные представления и действия трейдеров, брокерские истерики и проч.), которые нельзя предсказать. Именно поэтому общепринятые попытки определить численную зависимость цен от ценообразующих факторов (как причин изменения цен) в формате «причина – следствие» не приводят к цели. Должен быть принципиально изменен сам подход.

Эту проблему нужно решать, исходя из совершенно иных принципов. В основу анализа следует положить другой принцип, сформулированный И. Ньютоном. Он предлагал «делать заключения из явлений, не измышляя гипотез, и выводить причины из действий» («to argue from phenomena without feigning hypotheses, and to deduce causes from effects»: [9, p.344]) – в соответствии с этим анализу нужно подвергнуть сами цены, в предположении, что они неявно включают в себя все причины, т.е. ньютоновскими «действиями» является сама статистика цен. Проблему следует переформулировать так: когда и насколько точно мы можем моделировать и прогнозировать динамику цен, исходя из достоверной статистики прошлых и текущих торгов?

Вот почему удалось решить задачу построения точной адаптивной модели – были принципиально изменены и формулировка этой проблемы, и подход к ее решению!

В заключение этого раздела отметим важный момент. Как мы видели, стабилизация параметров адаптивной модели – не быстрый процесс. Вид всех этих графиков (и числовые данные статистик) говорят о непригодности этих моделей для целей краткосрочной спекуляции. Так что, обогатиться с их помощью на спекулятивном рынке не удастся.

3. Об индикаторах дестабилизации в адаптивных моделях

Оба алгоритма, давшие нам разбиение статистики цен на периоды, использовали информацию из будущего. Такой подход неприемлем для текущих оценок и решений – как это принято говорить, «здесь и сейчас». Надо искать алгоритмы, использующие лишь информацию настоящего и прошлого.

Первое направление поисков на первый взгляд кажется очевидным: рассмотреть функции, которые демонстрируют относительную стабилизацию, и по истории торгов найти численные индикаторы, которые на границах периодов *всюду* дадут большие выбросы. Однако все значительно сложнее.

Бесхитрое построение графиков вычисленных оценок основных параметров $a(n)$ и $\sigma^2(n)$ по возрастающему начальному интервалу $[0, n]$ на каждом периоде на первый взгляд показывает сходимость к горизонтальной асимптоте [5. Рис.2–7]. И в [5], таблице 1, видно, что характеристики колебаний (spread) $Sp_{t,u}(z_n) = \max_{[t,u]} z_n - \min_{[t,u]} z_n$, и для $z_n = a(n)$, и для $z_n = \sigma^2(n)$, уменьшаются в 3–20 раз

после базы. Однако это поверхностное впечатление. Графики этих параметров (вычисления с начала периода неизменны), нарисованные с финальной точки базы, что изменяет масштаб, указывают на

существенные различия в асимптотическом поведении к финалу периода [5. Рис.9, 11, 14]. Это не играет роли для модели (все уже определилось на базе), когда мы подтверждаем стабилизацию реального рынка, но становится важным при поиске индикаторов *дестабилизации*.

К рассмотрению были приняты 11 возможных индикаторов, которые применялись к различным тестируемым функциям z_n (подобно $Sp_{t,u}(z_n)$) на всех 18 периодах. Почему так много? А потому что уже первые результаты оказались неожиданными и неоднородными.

В качестве "информационного решения" А.М. Шашевым создан комплекс программ, состоящий из программ на языке Python (адаптивная модель, статистический анализ, характеристики и индикаторы) и продуктов MS Office (Excel, Word): изображения конечных результатов (таблицы графики).

Представляется естественным начать исследование с поведения на границах стабильных периодов примерно стабилизировавшегося $a(n)$ – сноса модели. Уже с самого начала динамики цен на одном периоде продолжающееся после границы вычисление $a(n)$ показывает резкое изменение (рост) [5. Рис.2], но на следующих двух периодах резких изменений не наблюдается: [5. Рис.4, 9] (для $\sigma^2(n)$ иная картина). Однако динамика цен на этих границах резко меняется [5. Рис.1]. На последующих периодах картина также неоднородная. Поэтому поведение $a(n)$ не может быть твердым ориентиром.

А вот поведение функции $Sp_{t,T+20}(\hat{a})$ [5. Рис.12] дает нам ценную информацию (подобная картина на других периодах, а также для $Sp_{t,T+20}(s^2(n))$ на Рис.14): мы видим, что дестабилизация (а не просто случайный выброс) проявляется за 15–20 дней, т.е. примерно за 3–4 торговых недели.

Исследуем поведение знакомой нам характеристики $Sp_\varepsilon(z_t) = Sp_{t-\varepsilon,t}(z_t)$, $\varepsilon = 15; 30$, рассмотренной в [5], в применении к $z_t = P_t$ (ценам). На каких периодах получены представленные ниже графики, не имеет значения, поскольку правила торгов за все это время не претерпели существенных изменений, просто, один будет на коротком периоде, а другой – на длинном.

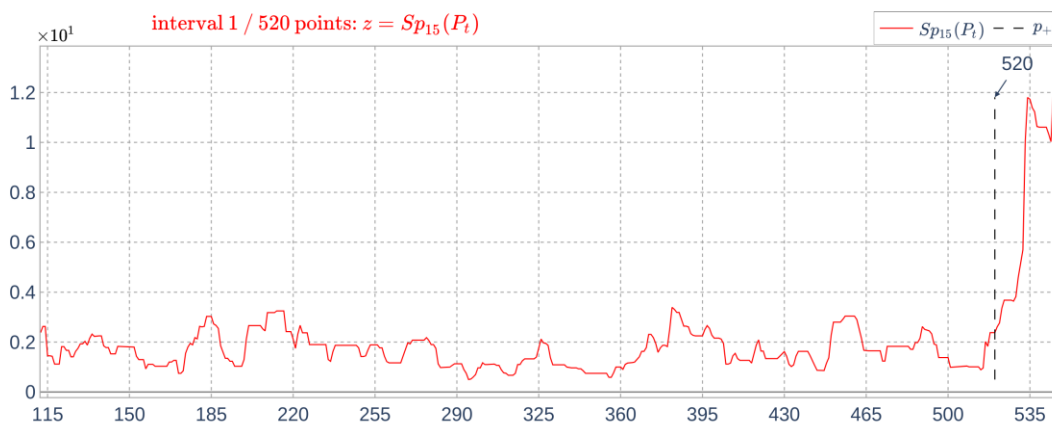


Рис. 3. $Sp_\varepsilon(z_t) = Sp_{t-\varepsilon,t}(z_t)$, $\varepsilon = 15$, $t_b < t \leq T+30$, на 1-м периоде

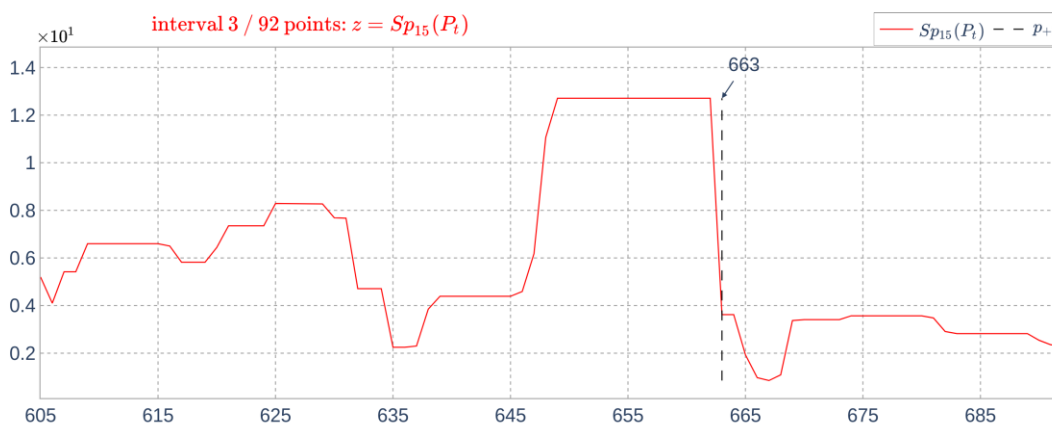


Рис. 4. $Sp_\varepsilon(z_t) = Sp_{t-\varepsilon,t}(z_t)$, $\varepsilon = 15$, $t_b < t \leq T+30$, на 3-м периоде

Для $\varepsilon = 30$ графики имеют несколько иной вид, но также могут служить визуальным индикатором дестабилизации, однако точная граница флуктуации, которая позволяет твердо делать вывод об

окончании периода, и в какой именно точке, пока не определена. Ответы на эти вопросы требуют привлечения целого спектра индикаторов. Укажем еще несколько «кандидатур»: ширина между огибающими максимумов и минимумов или их относительное отклонение; spread для локальных статистических средних... Самым сомнительным претендентом оказывается бесхитростный относительный рост исследуемой функции $\delta_\varepsilon(t, z_t) = \frac{z_t - z_{t-\varepsilon}}{z_{t-\varepsilon}}$ не только для сильно колеблющихся

функций, но и для локальных линейных регрессий. Эти функции можно строить и для волатильности, а также исследовать отклонение статистик от таких же функций, построенных по модели.

При этом следует отметить, что все индикаторы строятся только по информации из прошлого, поэтому момент начала нового периода будет моментом остановки, не зависящим от будущего.

В силу ограничений по формату, мы не можем приводить таблицы и графики даже выборочно. И мы еще не установили, каков полный спектр индикаторов дестабилизации (каждый из индикаторов универсальным может не быть). Поэтому сделать окончательный вывод пока не можем.

4. Заключение

В статье впервые последовательно и достаточно полно изложены необходимые: теория, методы и вычислительные приемы построения и управления проектами разработки и эксплуатации нефтегазовых месторождений на основе BMS-моделей со стохастическими переключениями.

Изложены принципы построения BMS-серий и адаптивных моделей и указаны полученные результаты.

Впервые выявлена качественная картина поведения основных параметров модели на переходных интервалах по обе стороны от границ стабильных периодов.

Сформулирована задача построения моментов остановки, не зависящих от будущего, и приведены графики и численные значения индикаторов дестабилизации.

Однако выявление полного набора индикаторов, к тому же универсального для всех периодов, который позволяет однозначно утверждать, что период стабильности закончился – сложная задача. Она пока не решена в полном объеме.

Литература

1. *Ширяев А.Н.* Основы стохастической финансовой математики. В 2 тт :Фазис. М. 1998. – 1017 с.
2. *Вентцель А.Д.* Курс теории случайных процессов. :Наука. М. 1975. – 319 с.
3. *Жолков С.Ю.* Об инвестиционном анализе нефтегазовых проектов, связанном с реальными опционами. Тр. V межд. конф. «Упр. разв. крупномасштабн. систем (MLSD'2011)». Т.1. :ИПУ РАН. М. 2011. С.117–119.
4. *Жолков С.Ю.* О возможности точного моделирования цен нефтегазовых рынков. / Труды XIII Всерос. совещ. по проблемам управления ВСПУ-2019 (17–20.07). :ИПУ РАН.2019. С.2000–2004.
5. *Шашев А.М.* Динамика параметров в стохастических BMS–моделях для нефтегазовых рынков. // Информационные процессы. Т.22. №4. 2022. С.384–393.
6. *Жолков С.Ю.* Универсальный алгоритм моделирования всей известной динамики нефтяных цен с отклонением менее 9%. / Тр. Межд. конф. «Теория активных систем-2016» (ТАС-2016). :ИПУ РАН. М. 2016. С.213–17.
7. *Кориунов А.А.* О модели стохастических динамических систем с квадратичным отклонением не более 9% и ее применении в инвестиционных проектах. //Журн. радиоэлектроники. N.12. Дек. 2015.
8. *Жолков С.Ю., Кориунов А.А.* Математическое моделирование динамики цен нефтегазовых рынков в контексте инвестиционного анализа. // Труды РГУ нефти и газа им. И.М.Губкина. N.3. (268). Июль–сент. 2012. С.185–197.
9. Newton, I. (1730). Opticks: or, A treatise of the reflections, refractions, inflections and colours of light. London: Printed for William Innys at the West-End of St. Paul's.