DOI: 10.25728/mlsd.2023.0700

МЕТОД ОЦЕНКИ РИСК-ПРОФИЛЯ ИНВЕСТОРА

Горелик В.А.
Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия
gorelik@ccas.ru
Золотова Т.В.
Финансовый университет при Правительстве РФ, Москва, Россия
tgold11@mail.ru

Аннотация. Предложена оценка риск-профиля инвестора в виде коэффициента риска в модели с линейной сверткой ожидаемой доходности и дисперсии. Коэффициент риска выражен через параметр модели с ограничением на доходность. Метод реализован в виде комплекса программ и продемонстрирован на примере фондового рынка.

Ключевые слова: коэффициент риска, риск-профиль, ожидаемая доходность, свертка критериев, инвестиционный портфель.

Введение

Развитие российской экономики во многом зависит от фондового рынка, который играет важную роль в перераспределении финансовых средств. Экономическая обстановка в Российской Федерации способствует увеличению инвестиционных объемов в ценные бумаги российских предприятий. Экономический прогресс тесно связан с результатами инвестиционной активности. Привлечение инвесторов является одним из ключевых вопросов, связанных с российским фондовым рынком. Инвестирование средств в акции российских компаний несет высокий риск потери инвестиций.

Основная функция финансового рынка связана с трансформацией рисков. Рыночный механизм анализирует множество видов рисков и формирует так называемую риск-премию. Важно отметить, что даже в условиях равновесия рынка, когда все риски справедливо оценены, ценные бумаги не будут одинаково привлекательными для всех инвесторов. Факторы, влияющие на предпочтения инвесторов, включают их финансовое состояние, индивидуальное отношение к риску, состав активов и пассивов, текущую ситуацию на рынке и многое другое. Важно отметить, что попытки полностью избежать риска приводят к доходности портфеля, приближенной к безрисковой ставке, что может не соответствовать интересам инвестора. Определение конкретных видов риска, которые необходимо устранить, позволяет обеспечить подконтрольное повышение эффективности портфеля.

Для достижения позитивных результатов в инвестиционной деятельности инвесторы формируют портфели ценных бумаг, обеспечивающие снижение риска потерь и получение максимальной прибыли [1-3]. Для снижения рисков, связанных с управлением инвестиционными портфелями, используются различные стратегии управления портфелем акций. Один из подходов к принятию таких инвестиционных решений заключается в определении риск-профиля инвестора. Риск-профиль инвестора определяет уровень согласия человека идти на риск, связанный с потерями инвестиций. Каждый инвестор по-разному относится к рыночной волатильности или риску, и зависит это отношение, например, от таких факторов, как имеющиеся средства, возраст и др. Профилирование риска дает возможность как инвестору, так и финансовому консультанту создать портфель финансовых инструментов, соответствующий риск-профилю инвестора. Определив профиль риска, доверительный управляющий инвестора может принять корректирующие или упреждающие меры, чтобы минимизировать, а иногда даже предотвратить надвигающиеся убытки.

Профиль риска инвестора делят на три типа: консервативный (склонность к низкому риску), умеренный (склонность к умеренному риску), агрессивный (наибольшая готовность противостоять волатильности рынка). В обычной практике для определения риск-профиля проводят тестирование. В данной работе предлагается определение риск-профиля инвестора с использованием количественных методов, т.е. решается задача поиска оптимального портфеля с учетом индивидуального отношения инвестора к риску, выраженного в виде коэффициента риска. Таким образом, основная роль управляющего заключается в определении целей, ограничений, выборе подходящих типов ценных бумаг, подборе допустимых доходностей и рисков, а также формулировании задачи оптимизации. Используемые инструменты прогнозирования и оптимизации помогают в работе, но не освобождают от этих обязанностей.

Портфельному управляющему приходится сталкиваться с многокритериальными задачами и проблемой недостатка информации при выборе методов оценки будущих результатов [4]. Выбор подхода к многокритериальности, неопределенности и риску приводит к сформулированной задаче математического программирования, которую можно решать с помощью доступных методов оптимизации [5-8]. При выборе портфеля инвестора в первую очередь интересует ожидаемая доходность и риск потерь. Соответственно в работе учет этих двух показателей формализован в виде двух задач оптимизации. В первой задаче максимизируется линейная свертка математического ожидания и дисперсии доходности. Во второй задаче минимизируется дисперсия, а математическое ожидание доходности должно быть равно заданному значению. Приведены условия на параметры, при которых решения этих задач существуют и совпадают.

Для реализации данного аналитического подхода разработан комплекс программ с использованием языка программирования Python версии 3.8.5 и среды Google Colaboratory, апробированный на практическом примере с реальными данными российского фондового рынка.

1. Теоретическая основа метода

В основе рассматриваемых моделей лежит предположение, что имеется набор активов, который описывается вектором $\bar{r} = (\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_i, \dots, \bar{r}_n)$, где $\bar{r}_i$ – ожидаемая доходность i-го финансового инструмента, и ковариационной матрицей $V = (\sigma_{ij})_{n\times n}$.

Стратегия инвестора состоит в распределении средств между активами и описывается вектором $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$, где x_i – доля средств, вкладываемая в i-й финансовый инструмент.

Формулировка первой задачи определения оптимального портфеля:

$$\max_x [\bar{r}x - \alpha(xVx)]\,, \;\; xe = 1, \tag{1}$$

где $\alpha > 0$ – весовой коэффициент, определяющий отношение инвестора к риску (коэффициент риска), $e = (1, \dots, 1)$.

Оптимальный состав портфеля x^* и соответствующее значение множителя Лагранжа λ^* находятся из системы линейных алгебраических уравнений:

$$\bar{r} - 2\alpha V x^* = \lambda^* e,\; x^* e = 1. \tag{2}$$

Предположим, что ковариационная матрица V невырождена и введем обозначения скалярных величин $a = eV^{-1}e$, $b = \bar{r}V^{-1}e$, $c = \bar{r}V^{-1}\bar{r}$ и векторов $h = V^{-1}e$ и $g = V^{-1}\bar{r}$. Решая систему (2), получаем состав оптимального портфеля

$$x^*(\alpha) = \frac{h}{a} + \left(g - \frac{b}{a}h\right)\frac{1}{2\alpha}. \tag{3}$$

Формулировка второй задачи определения оптимального портфеля:

$$\min_x xVx,\;\; \bar{r}x = r_p,\; xe = 1, \tag{4}$$

где r_p – ожидаемая доходность портфеля, задаваемая инвестором.

Оптимальный состав портфеля x^* и соответствующие значения множителей Лагранжа λ_1^* и λ_2^* находятся из системы линейных алгебраических уравнений:

$$2Vx^* = \lambda_1^* \bar{r} + \lambda_2^* e,\;\; \bar{r}x^* = r_p,\; x^* e = 1. \tag{5}$$

Найдем x^* из первого векторного уравнения системы (5):

$$x^* = \frac{1}{2}(\lambda_1^* g + \lambda_2^* h). \tag{6}$$

Подставив (6) во второе и третье уравнения системы (5), получаем систему для нахождения λ_1^* и λ_2^*. Показано, что если все $\bar{r}_i$ различные, то $ca - b^2 > 0$. Тогда имеем значения множителей Лагранжа $\lambda_1^* = \frac{2(ar_p - b)}{ca - b^2}, \lambda_2^* = \frac{2(c - br_p)}{ca - b^2}$.

Доказано, что задача (4) имеет решение, если выполнены следующие условия

$$\max\left\{\frac{b}{ar_p}, \frac{b^2}{ac}\right\} < 1,\;\; \min\left\{\frac{b}{ar_p}, \frac{b^2}{ac}\right\} > 1. \tag{7}$$

Если при этом коэффициент риска $\alpha = \frac{ca - b^2}{2(ar_p - b)} > 0$, то решение задач (1) и (4) совпадают.

2. Практическая реализация

Программный комплекс осуществляет выбор временного периода и первоначального списка акций, обработку данных, ввод определяющих параметров и проверку условий, расчет риск-профиля инвестора и состав оптимального портфеля (написание программ осуществлялась при участии студента Финуниверситета Карасёва А.В.).

Для конкретной реализации практической части были выбраны котировки акций десяти компаний российского фондового рынка:

- АФК «Система» (AFKS)
- Газпром (GAZP)
- Лукойл (LKOH)
- НЛМК (NLMK)
- НОВАТЭК (NVTK)
- Полюс (PLZL)
- Роснефть (ROSN)
- Сбербанк (SBER)
- ВТБ (VTBR)
- Северсталь (CHMF)

В качестве рассматриваемых данных возьмем дневные цены закрытия соответствующих акций на периоде с 2008-го по 2022-й год включительно. Выбор данного временного периода обуславливается полнотой данных о ценах закрытия торгов для выбранных акций.

Экспорт котировок акций компаний произведен с сайта «Investing.com» [9] На главной странице «Investing.com» во вкладке «Котировки» выбираем «Акции», «Россия», далее выбираем тип акций, например акции компании ВТБ (VTBR). Затем требуется открыть вкладки «Обзор», «Прошлые данные» и выбрать «Временной период» – «День». Установим границы выгрузки с «01.01.2008» по «31.12.2022» и отсортируем данные по возрастанию даты для удобства дальнейших манипуляций, нажмем на «Скачать данные».

Единый датафрейм profit_df, содержащий дату и доходности за указанную дату по соответствующим тикерам приведен на рис. 1.

	Дата	Доходность_afks	Доходность_chmf	Доходность_gazp	Доходность_lkoh	Доходность_nlmk	Доходность_nvtk	Доходность_plzl	Доходность_rosn	Доходность_sber	Доходность_vtbr
0	2008-01-09	0.018400	0.011200	0.028600	0.005800	0.051200	0.060600	0.023100	-0.017100	-0.001500	-0.033400
1	2008-01-10	0.019013	0.007866	-0.000822	-0.008177	0.003824	0.005102	0.046834	0.012558	0.016495	0.000822
2	2008-01-11	0.091167	0.017187	0.009960	-0.012609	0.000000	0.045685	0.000829	-0.031310	0.011301	0.000000
3	2008-01-14	-0.031385	0.023276	0.021888	-0.015717	-0.009524	0.029029	0.038079	0.002776	0.002865	-0.006568
4	2008-01-15	-0.003352	0.019377	-0.009513	-0.006487	0.000000	-0.009388	0.018979	-0.009018	0.006762	-0.015702
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
3742	2022-12-26	-0.002492	0.004952	0.007645	-0.000125	0.005933	0.004198	-0.001853	0.026507	0.021821	0.010337
3743	2022-12-27	-0.001665	0.016125	0.012028	0.004613	0.005551	-0.000380	0.006787	0.008655	-0.007449	-0.006139
3744	2022-12-28	-0.007506	-0.020498	-0.013714	-0.003227	-0.003278	-0.000760	-0.011702	-0.000985	-0.002788	-0.030882
3745	2022-12-29	0.000000	-0.000675	0.006736	0.001619	-0.002769	0.012367	-0.004633	0.012672	0.010394	0.008194
3746	2022-12-30	0.003361	0.017789	-0.002148	0.011810	0.021867	0.013343	-0.005431	0.016129	0.001348	-0.013245

3747 rows × 11 columns

Рис. 1. Содержание датафрейма profit_df

Далее реализована возможность ограничения рассматриваемого временного периода путем ввода начальной и конечной даты с клавиатуры, а также выбора определенных ценных бумаг из заданного списка (рис. 2 и 3).

Выбор временного периода

```
[ ] # Ввод начальной и конечной даты с клавиатуры
    start_date = input("Введите начальную дату (гггг-мм-дд): ")
    end_date = input("Введите конечную дату (гггг-мм-дд): ")

    # Преобразование введенных дат в формат datetime
    start_date = pd.to_datetime(start_date)
    end_date = pd.to_datetime(end_date)

    # Ограничение датафрейма по заданному диапазону дат
    profit_df = profit_df[(profit_df['Дата'] >= start_date) & (profit_df['Дата'] <= end_date)]

    Введите начальную дату (гггг-мм-дд): 2020-01-03
    Введите конечную дату (гггг-мм-дд): 2020-12-30
```

Рис. 2. Код выбора периода

Выбор акций

```
# Введите тикеры акций, которые вы хотите оставить в датафрейме
selected_tickers = input("Введите тикеры акций через пробел: ").split()

# Преобразуйте вводимые тикеры в нижний регистр
selected_tickers = [ticker.lower() for ticker in selected_tickers]

# Создайте новый датафрейм с датой и выбранными тикерами
filtered_columns = ['Дата'] + [f'Доходность_{ticker}' for ticker in selected_tickers]
profit_df = profit_df[filtered_columns]

print(profit_df)

# vtbr chmf gazp nvtk plzl sber

Введите тикеры акций через пробел: vtbr chmf gazp nvtk plzl sber
```

Рис. 3. Код выбора акций из списка

Рассмотрим пример работы реализованной программы на реальных данных. В блоке «Выбор временного периода» введём начальную и конечную дату (рис. 4).

```
... Введите начальную дату (гггг-мм-дд): 2018-01-01
    Введите конечную дату (гггг-мм-дд): 2022-12-31
```

Рис. 4. Процесс выбора временного периода

Затем в блоке «Выбор акций» введем тикеры интересующих нас акций, из которых мы хотим составить инвестиционный портфель (рис. 5).

```
... Введите тикеры акций через пробел: vtbr gazp nlmk plzl sber
```

Рис. 5. Процесс выбора акций

Разработана программа, вычисляющая вектор математических ожиданий доходностей mean_vec и ковариационную матрицу доходностей cov_matrix для выбранных акций за ограниченный период (рис. 6).

Вектор математических ожиданий доходностей акций

```
[25] mean_vec = profit_df.iloc[:, 1:].mean()
     mean_vec
```

Ковариационная матрица

```
[27] cov_matrix = profit_df.iloc[:, 1:].cov()
     cov_matrix
```

Рис. 6. Формирование математических ожиданий доходностей акций и ковариационной матрицы

Для выбранного набора акций найдем вектор математических ожиданий доходностей, ковариационную матрицу и обратную к ней (рис. 7).

```
vtbr    -0.000526
gazp     0.000516
nlmk     0.000038
plzl     0.000698
sber    -0.000042
dtype: float64
```

	vtbr	gazp	nlmk	plzl	sber
vtbr	0.000590	0.000342	0.000252	0.000178	0.000445
gazp	0.000342	0.000655	0.000215	0.000182	0.000368
nlmk	0.000252	0.000215	0.000427	0.000158	0.000264
plzl	0.000178	0.000182	0.000158	0.000560	0.000184
sber	0.000445	0.000368	0.000264	0.000184	0.000621

```
vtbr    1.0
gazp    1.0
nlmk    1.0
plzl    1.0
sber    1.0
dtype: float64
```

	vtbr	gazp	nlmk	plzl	sber
vtbr	4037.797394	-609.049459	-647.816870	-181.060099	-2202.751357
gazp	-609.049459	2475.869965	-275.337073	-255.346884	-838.026319
nlmk	-647.816870	-275.337073	3474.592059	-450.628332	-714.762674
plzl	-181.060099	-255.346884	-450.628332	2105.606688	-152.918728
sber	-2202.751357	-838.026319	-714.762674	-152.918728	4034.890055

Рис. 7. Расчет математических ожиданий доходностей акций и матрицы ковариаций

На рис. 8 приведена программа, позволяющая при заданном уровне доходности производить проверку условий, обеспечивающих эквивалентность задач (1) и (4). Вводим требуемое значение математического ожидания дневной доходности портфеля r_p и проверяем условия (7).

```
r_p = float(input("Введите ожидаемый уровень доходности: "))

Введите ожидаемый уровень доходности: 0.0005

[25] # выполните матричные операции

     ratio1 = (mean_vec @ inv_cov_matrix @ e.T) / (r_p * (e @ inv_cov_matrix @ e.T))

     ratio2 = ((e @ inv_cov_matrix @ mean_vec.T) ** 2) / ((mean_vec @ inv_cov_matrix @ mean_vec.T) * (e @ inv_cov_matrix @ e.T))

     # проверьте условие
     condition = (max(ratio1, ratio2) < 1) or (min(ratio1, ratio2) > 1)
     print(condition)

     True

[26] # Выполните матричные операции
     term1 = mean_vec @ inv_cov_matrix @ mean_vec.T
     term2 = e @ inv_cov_matrix @ e.T
     term3 = (e @ inv_cov_matrix @ mean_vec.T) ** 2

     # Рассчитайте значение alpha
     alpha = (term1 * term2 - term3) / (2 * (r_p * term2 - (mean_vec @ inv_cov_matrix @ e.T)))

[27] alpha

True    alpha = 5.47985274407859
```

Рис. 8. Ввод ожидаемого уровня дневной доходности портфеля и проверка условий

Для заданного уровня доходности r_p=0.0005 получили значение коэффициента риска α=5.4799.

Программа для расчета оптимальных портфелей использует формулы (3) и (6), а также численные методы оптимизации библиотеки CVXPY. На рис 9 представлен результат вычисления оптимальных портфелей для выбранного набора финансовых инструментов.

```
Введите значение alpha: 5.47985274407859
vtbr    -0.122357
gazp     0.264364
nlmk     0.372643
plzl     0.413066
sber     0.072284
dtype: float64
```

```
Введите требуемое значение математического ожидания доходности портфеля: 0.0005
vtbr    -0.122357
gazp     0.264364
nlmk     0.372643
plzl     0.413066
sber     0.072284
dtype: float64
```

Рис. 9. Нахождение оптимальных портфелей

Отрицательное значение доли, как известно, означает короткую продажу. Если требуется построить портфель без коротких продаж, то процесс нахождения решения в задачах (1), (4) сводится к перебору квадратных подматриц исходной ковариационной матрицы. При использовании инструментальных средств построить портфель без коротких продаж можно, например, добавив условие неотрицательности на переменные и использовать численный метод для задач выпуклого программирования (1), (4).

Для классификации риска-профиля инвестора по типу консервативный, умеренный, агрессивный интервал значений [0, ∝) коэффициента α отобразим в единичный отрезок [0, 1] с помощью функции $\beta(\alpha) = 1 - \frac{1}{1+\alpha}$.

Будем считать, что инвестор

- агрессивный, если $\beta \in [0, 0.25]$,
- умеренный, если $\beta \in (0.25, 0.75]$,
- консервативный, если $\beta \in (0.75, 1]$.

Для найденного значения α=5.4799 получаем $\beta = 0.8457$). Это означает, что в соответствии с предложенной классификацией, построенный портфель подходит для консервативного инвестора.

Отметим, что данная классификация риск-профиля не исключает возможности ее корректировки финансовыми консультантами.

3. Заключение

Процедура определения связи между коэффициентом α и ожидаемым уровнем доходности может помочь финансовым консультантам в принятии обоснованных решений по составлению инвестиционных портфелей для клиентов с различным профилем риска.

Техническая реализация предложенного метода позволяет автоматизировать процесс определения риск-профиля инвестора, что определяет практическую значимость работы. Использование языка программирования Python версии 3.8.5 и удобная для пользователя среда Google Colaboratory, не требующая установки дополнительного программного обеспечения, дают возможность осуществлять совместную работу нескольким пользователям.

Литература

1. *Горелик В.А.* Критерии оценки и оптимальности риска в сложных организационных системах. Научное издание / В.А. Горелик, Т.В. Золотова. – М.: ВЦ РАН, 2009. – 162 с.
2. *Gorelik V.A., Zolotova T.V.* Risk management in stochastic problems of stock investment and its Application in the Russian Stock Market // Proc. of the 13-th International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD’2020) – Moscow, 2020. – P. 1-5.
3. *Harman, R. Prus M.* Computing optimal experimental designs with respect to a compound Bayes risk criterion // Statistics & Probability Letters. – 2018.– Vol. 137. – P. 135-141.
4. *Золотова Т.В., Прохорова М.С.* Информационные аспекты и инструментальные средства оценки устойчивости на фондовом рынке. // Ученые записки КнАГТУ. 2014. №11-1(18) «Науки о природе и технике». – С. 28-34.
5. *Radner R.* Decision and choice: bounded rationality // International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences. – 2nd ed. – United States, Florida: Elsevier, 2015. – P. 879-885.
6. *García F., González-Bueno J. A., Oliver J.* Mean-variance investment strategy applied in emerging financial markets: evidence from the Colombian stock market // Intellectual Economics. – 2015. – Vol. 9, N 15. – P. 22-29.
7. *Hillier G., Satchell, S.E.* Some Exact Results for Efficient Portfolios with Given Returns // Advances in Portfolio Construction and Implementation. – London: Butterworth Heinemann, 2003. – P. 310-325.
8. *Zakamouline V., Koekebakker S.* A generalization of the mean-variance analysis // European Financial Management. – 2009. –Vol. 15, N 5. – P. 934-970.
9. Investing.com [Электронный ресурс]. URL: https://ru.investing.com/equities/russia (дата обращения: 05.02.2023).