

РОБАСТНЫЙ НЕЛИНЕЙНЫЙ РЕГУЛЯТОР ДЛЯ ПОНИЖАЮЩЕГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ

Уткин А.В., Кочетков С.А.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

utkin-av@rambler.ru, ser711@yandex.ru

Аннотация. В работе предложен особый вид нелинейной разрывной обратной связи, позволяющей обеспечить стабилизацию основного параметра понижающего преобразователя, а именно выходного напряжения. При этом важно, что само входное напряжение, а также ток потребления нагрузки являются неизвестными параметрами. Идея заключается в использовании так называемых «вихревых алгоритмов». Такие алгоритмы способны обеспечить робастные свойства объекта по отношению к внешним несогласованным возмущениям. Проведено численное моделирование, которое подтверждает работоспособность предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: разрывная обратная связь, внешние возмущения, задача стабилизации.

Введение

Безусловно, преобразователи напряжения повсеместно используются в технике в качестве источников питания и стабилизаторов напряжения [1-5]. На сегодняшний день преобразователи напряжения получают еще большее распространение в таких современных областях как производство электроэнергии на основе ветрогенераторов, солнечных батарей, приливных электростанций. Традиционно преобразователя напряжения включают в себя накопители реактивной энергии (индуктивные и емкостные элементы) и коммутационное устройство. Необходимо отметить, что с развитием полупроводниковой техники, механические коммутационные устройства устарели. Сегодня повсеместно используются полупроводниковые диоды, транзисторы и тиристоры, позволяющие обеспечить частоту коммутации до нескольких сотен килогерц [1, 6].

В статье рассматривается проблема управления выходным напряжением понижающего преобразователя в условиях переменной потребляемой мощности нагрузки [1]. Управляющий вход преобразователя может принимать только два дискретных значения, что соответствует включенному/выключенному состоянию переключающего элемента. Движения токов в разных контурах в подобных устройствах имеет, по сути, разнотемповый характер. Именно поэтому при синтезе алгоритмов управления целесообразно использовать теорию разрывных управлений и принципы разделения движений [7, 8]. Разработанный алгоритм управления обеспечивает стабилизацию выходного напряжения при воздействии неизвестных входного напряжения и выходного тока нагрузки. Основная идея основана на так называемом «вихревом алгоритме», обеспечивающем свойство робастности по отношению к внешним несогласованным возмущениям. Полученные теоретические результаты могут быть реализованы с использованием современных преобразователей широтно-импульсной модуляции. Результаты моделирования показывают эффективность разработанных алгоритмов.

Работа организована следующим образом. В разделе 1 описана математическая модель объекта управления и формулирована постановка задачи. В Разделе 2 предложен синтез нелинейного закона управления, позволяющий стабилизировать выходное напряжение в предположении, что входное напряжение и выходной ток нагрузки неизвестны. В разд.3 приводится численное моделирование в среде MATLAB/Simulink.

1. Модель объекта управления. Постановка задачи

Основные конструктивные элементы понижающего преобразователя показаны на рис. 1, где L – индуктивность преобразователя, C – конденсатор, R – электрическое сопротивление обмотки индуктивности, $U(t)$ – входное напряжение (в общем случае функция времени), x_1 – ток в обмотке индуктивности, x_2 – выходное напряжение, $R(t)$ – неизвестная переменная величина электрического сопротивления нагрузки, VD – «защелкивающийся диод», с помощью которого предотвращается разряд конденсатора через катушку индуктивности и обеспечивается ток только в направлении, указанном на рис. 1.

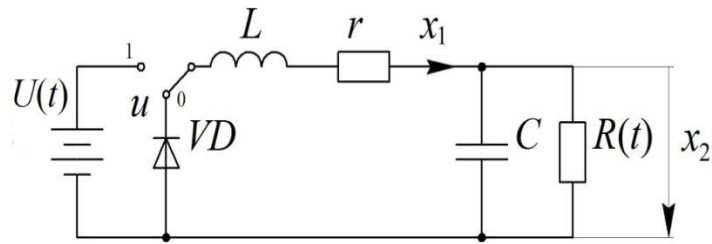


Рис. 1. Упрощенная схема понижающего преобразователя

Математическая модель преобразователя описывается следующей системой дифференциальных уравнений [9]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{r}{L}x_1 - \frac{1}{L}x_2 + \frac{U(t)}{L}u, \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{R(t)C}x_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где управление $u(t)$ может принимать значения из дискретного множества $\{0,1\}$.

В работе для объекта управления сделаны следующие допущения.

- Неизвестная функция сопротивления нагрузки и ее первые две производные ограничены:

$$R(t) \geq R_0, |\dot{R}(t)| \leq R_1, |\ddot{R}(t)| \leq R_2, \quad (2)$$

где здесь и далее $|\cdot|$ означает абсолютное значение числа, $R_i = \text{const} > 0 (i = \overline{0,2})$ – известные константы.

- Для входного и желаемого выходного напряжений верны следующие неравенства:

$$U_0 \leq U \leq U_1, |\dot{U}(t)| \leq \bar{U}, x_{2d} < \frac{U_0}{1 + (r/R_0)}, \quad (3)$$

где $U_0 = \text{const} > 0$, $U_1 = \text{const} > 0$, \bar{U} – известные константы.

- Кроме защиты от обратного тока имеется схема защиты, которая принудительно ограничивает значение тока в катушке преобразователя. Тогда, для переменной $x_1(t)$ можно записать неравенство:

$$0 \leq x_1 \leq x_{1\max}, x_{1\max} > \frac{x_{2d}}{R_0}. \quad (4)$$

В предположении, что переменная $x_2(t)$ измеряется, в работе ставится задача стабилизации выходного напряжения:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\bar{x}_2(t)| = 0, \bar{x}_2(t) = x_2(t) - x_{2d}, \quad (5)$$

где $x_{2d} = \text{const} > 0$ желаемое значение выходного напряжения.

2. Синтез алгоритма управления

Параметры полупроводникового преобразователя выбираются таким образом, чтобы в исходной системе происходило разделение движений по скоростям сходимости. Например, ток в дросселе можно легко достаточно быстро изменить до нужных значений. В свою очередь быстрое изменение выходного напряжения конденсатора фактически невозможно. Конденсатор сам по себе является достаточно инертным элементом, предназначенным для фильтрации пульсаций выходного напряжения. Таким образом, поставленная задача может быть решена соответствующим изменением тока исключительно в обмотке индуктивности. Необходимо отметить, что такой подход используется в связи с проблемой несогласованных возмущений [10].

Согласно сделанным ранее предположениям и поставленной задаче можно переписать уравнения исходной системы относительно невязок (5):

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}_2 &= -\frac{\bar{x}_2}{R(t)C} + \frac{1}{C}x_1 - \frac{x_{2d}}{R(t)C}, \\ \dot{x}_1 &= -\frac{r}{L}x_1 - \frac{1}{L}\bar{x}_2 - \frac{1}{L}x_{2d} + \frac{U}{L}u.\end{aligned}$$

Для дальнейшего синтеза закона управления рассмотрим новые координаты, в которых удобно исследовать процесс при максимальной нагрузке. Далее введем новую переменную $\bar{x}_1 = \frac{1}{C}x_1 - \frac{x_{2d}}{R(t)C}$, и подставив ее в последнюю систему, получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}_2 &= -\frac{\bar{x}_2}{R(t)C} + \bar{x}_1 \\ \dot{\bar{x}}_1 &= -\frac{r}{L}\bar{x}_1 - \frac{\bar{x}_2}{LC} - \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC} + \frac{U}{LC}u + \xi(t)\end{aligned}\quad (6)$$

где $\xi(t) = \left(L\frac{\dot{R}}{R^2(t)} + \frac{r}{R_0} - \frac{r}{R(t)}\right)\frac{x_{2d}}{LC}$.

Далее для реализации одного из вариантов «вихревого алгоритма» [11, 12] выбираем управление в виде разрывной функции следующего вида:

$$u = \frac{1}{2}[1 - \text{sign}(\bar{x}_2)], \quad (7)$$

Тогда можно записать уравнения уже замкнутой системы согласно (6)–(7):

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}_2 &= -\frac{\bar{x}_2}{R(t)C} + \bar{x}_1 \\ \dot{\bar{x}}_1 &= -\frac{r}{L}\bar{x}_1 - \frac{\bar{x}_2}{LC} - \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC} + \frac{U}{2LC}[1 - \text{sign}(\bar{x}_2)] + \xi(t)\end{aligned}\quad (8)$$

Теорема 1. Пусть параметры преобразователя, нагрузки, входного и выходного напряжения выбраны так, что выполняются неравенства:

$$\begin{aligned}M^- - \left(1 + \frac{1}{\alpha R_0 C}\right)\Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha} &> 0 \\ M^+ - \frac{\bar{U}}{\alpha LC} - \left(1 + \frac{1}{\alpha R_0 C}\right)\Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha} &> 0, \\ \alpha > \frac{1}{2\gamma R_0 C} \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} - \gamma\right), \quad \frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2} &> 0\end{aligned}\quad (9)$$

где $M^- = \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC}$, $M^+ = \frac{U_0}{LC} - \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC}$, $\Sigma = \left(L\frac{R_1}{R_0^2} + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC}$, $\bar{\Sigma} = \left(L\frac{R_2 + 2R_1^2}{R_0^3} + \frac{R_1 r}{R_0^2}\right)\frac{x_{2d}}{LC}$,
 $\alpha = \frac{r}{2L}$, $\gamma = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}}$.

Тогда переменные замкнутой системы (8) будут асимптотически стремиться к нулю, что и решает поставленную задачу (5).

Для доказательства теоремы введем замену переменных

$$y_1 = \gamma \bar{x}_2, \quad y_2 = \alpha \bar{x}_2 + \bar{x}_1, \quad (10)$$

Тогда систему (8) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= -\left(\frac{1}{R(t)C} + \alpha\right)y_1 + \gamma y_2, \\ \dot{y}_2 &= -\left(\gamma + \frac{\alpha}{R(t)C\gamma}\right)y_1 - \alpha y_2 - \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC} + \frac{U}{2LC}[1 - \text{sign}(y_1)] + \xi(t). \end{aligned} \quad (11)$$

Принимая во внимание (2), (6), можно записать ограничения для возмущения $\xi(t)$ и его производную

$$|\xi(t)| \leq \Sigma, |\dot{\xi}(t)| \leq \bar{\Sigma}.$$

Согласно условиям теоремы $M^+ > \Sigma$, $M^- > \bar{\Sigma}$, рассматривая уравнения замкнутой системы (11), получим фазовый портрет, изображенный на рис. 2. Каждой полуплоскости графика соответствует разный знак переменной y_1 . При этом траектории системы не могут принадлежать многообразию $y_1(t) = 0$, так как на этой поверхности не выполняются условия существования скользящего режима [13,14]. Обозначив t_0 в качестве начального момента времени, без ограничения общности в доказательстве рассмотрим случай, когда $y_1(t_0) > 0$. Учитывая, что точки разрыва правой части дифференциальных уравнений (11) принадлежат множеству нулевой меры, то его решение понимается в смысле Каратеодори [15].

Для дальнейшего анализа сходимости переменных замкнутой системы можно воспользоваться стандартным методом на основе функций Ляпунова совместно с анализом фазового портрета системы (11). Введем в рассмотрение моменты времени t_i ($i = \overline{1, \infty}$) такие что $y_1(t_i) = 0$, а интервал между ними обозначим как $\Delta_i = t_{i+1} - t_i$.

Рассмотрим сначала движение в первом и четвертом квадранте фазового портрета (см. рис. 2).

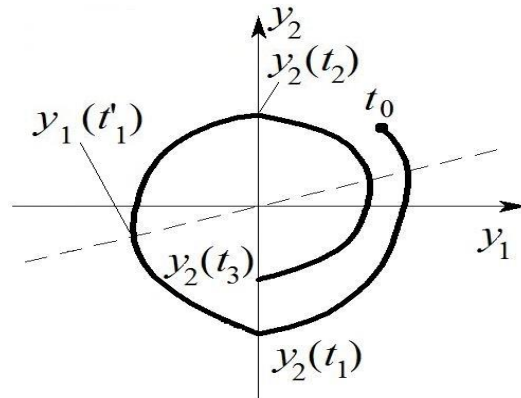


Рис. 2. Фазовый портрет замкнутой системы

Рассмотрим положительную полуопределенную функцию

$$V_1 = M^- \frac{|y_1|}{\gamma} - \frac{\xi}{\gamma} y_1 + \frac{y_1^2}{2} + \frac{y_2^2}{2}, y_1 > 0. \quad (12)$$

Для ее производной можно записать следующие неравенства

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -\frac{M^-}{\gamma} \left(\alpha + \frac{1}{R(t)C} \right) |y_1| - \left(\alpha + \frac{1}{R(t)C} \right) \frac{\xi}{\gamma} y_1 - \frac{\dot{\xi}}{\gamma} y_1 - \\ &- \left[\left(\alpha + \frac{1}{R(t)C} \right) y_1^2 + \frac{\alpha}{R(t)C\gamma} y_1 y_2 \right] - \alpha y_2^2 \leq \\ &- \frac{\alpha M^-}{\gamma} |y_1| + \left(\alpha + \frac{1}{R_0 C} \right) \frac{\Sigma}{\gamma} |y_1| + \frac{\bar{\Sigma}}{\gamma} |y_1| - y^T Q(t) y \leq \\ &\leq -\bar{\alpha}_1 |y_1| - \frac{1}{M^-} \lambda_{\min Q(t)} [y_1^2 + y_2^2], \end{aligned} \quad (13)$$

где $\bar{\alpha}_1 = \frac{\alpha}{\gamma} \left(M^- - \left(1 + \frac{1}{\alpha R_0 C} \right) \Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha} \right)$, $y^T = (y_1, y_2)$, $Q(t) = \begin{pmatrix} \alpha + \frac{1}{R(t)C} & \frac{\alpha}{2R(t)C\gamma} \\ \frac{\alpha}{2R(t)C\gamma} & \alpha \end{pmatrix}$,

а $\lambda_{\min Q(t)}$ – минимальное собственное значение матрицы $Q(t)$.

Выражение для минимального собственного значения матрицы $Q(t)$

$$\lambda_{\min Q(t)} = \alpha + \frac{1}{2\gamma R(t)C} \left(\gamma - \sqrt{\gamma^2 + \alpha^2} \right) = \alpha + \frac{1}{2\gamma R(t)C} \left(\gamma - \frac{1}{\sqrt{LC}} \right),$$

а нижняя граница минимального собственного значения равна

$$\lambda_{\min Q(t)} \geq \alpha - \frac{1}{2\gamma R_0 C} \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} - \gamma \right) = \lambda_0. \quad (14)$$

Согласно последнему из условий (9) теоремы 1 и (14) гарантируется выполнение неравенства

$$\lambda_{\min Q(t)} = \lambda_0 > 0$$

при движении системы (11) во втором и третьем квадрантах фазового портрета (см. рис. 2).

Согласно (12), выпишем следующее неравенство:

$$V_1 \leq |y_1| \frac{M^- + \Sigma}{\gamma} + \frac{1}{2} (y_1^2 + y_2^2) \leq c_{01} (|y_1| + y_1^2 + y_2^2), \quad (15)$$

где $c_{01} = \max \left\{ \frac{M^- + \Sigma}{\gamma}, \frac{1}{2} \right\}$.

Используя соотношения (14), (16), можно переписать (13) в виде:

$$\dot{V}_1 \leq -\bar{\alpha}_1 |y_1| - \lambda_0 [y_1^2 + y_2^2] \leq -c_{11} (|y_1| + y_1^2 + y_2^2) \leq -\nu_1 V_1, \quad (16)$$

где $\nu_1 = \frac{c_{11}}{c_{01}}$, $c_{11} = \min \{ \bar{\alpha}_1, \lambda_0 \}$.

В рамках анализа движения во втором и третьем квадранте (см. рис. 2) рассмотрим положительную полуопределенную функцию

$$V_2 = \bar{M} \frac{|y_1|}{\gamma} - \frac{\xi}{\gamma} y_1 + \frac{y_1^2}{2} + \frac{y_2^2}{2}, \quad y_1 < 0, \quad (17)$$

где $\bar{M} = \frac{U}{LC} - \left(1 + \frac{r}{R_0} \right) \frac{x_{2d}}{LC}$.

Далее, для случая $y_1 < 0$, запишем производную функции V_2 в силу системы с учетом (3), (14):

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -\frac{\bar{M}}{\gamma} \left(\alpha + \frac{1}{R(t)C} \right) |y_1| - \bar{M} y_2 + \frac{\dot{U}}{LC\gamma} |y_1| - \left(\alpha + \frac{1}{R(t)C} \right) \frac{\xi}{\gamma} y_1 - y_2 \xi - \frac{\dot{\xi}}{\gamma} y_1 + \\ &+ y_1 \left(-\left(\alpha + \frac{1}{R(t)C} \right) y_1 + \gamma y_2 \right) + y_2 \left(-\left(\gamma + \frac{\alpha}{R(t)C\gamma} \right) y_1 - \alpha y_2 + \bar{M} + \xi \right) \leq \\ &\leq -\frac{M^+}{\gamma} \left(\alpha + \frac{1}{R(t)C} \right) |y_1| + \frac{\bar{U}}{LC\gamma} |y_1| + \left(\alpha + \frac{1}{R_0 C} \right) \frac{\Sigma}{\gamma} |y_1| + \frac{\bar{\Sigma}}{\gamma} |y_1| - y^T Q(t) y \leq \\ &\leq -\bar{\alpha}_2 |y_1| - \lambda_0 [y_1^2 + y_2^2], \end{aligned} \quad (18)$$

где $\bar{\alpha}_2 = \frac{\alpha}{\gamma} \left(M^+ - \frac{\bar{U}}{\alpha LC} - \left(1 + \frac{1}{\alpha R_0 C} \right) \Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha} \right)$.

Учитывая (3), (17) для V_2 можно записать:

$$V_2 \leq \frac{|y_1|}{\gamma} (M_{\max} + \Sigma) + \frac{1}{2} (y_1^2 + y_2^2) \leq c_{02} (|y_1| + y_1^2 + y_2^2), \quad (19)$$

где $M_{\max} = \frac{U_1}{LC} - \left(1 + \frac{r}{R_0}\right) \frac{x_{2d}}{LC}$, $c_{02} = \max \left\{ \frac{M_{\max} + \Sigma}{\gamma}, \frac{1}{2} \right\}$.

Используя выражения (18), соотношение (19) можно переписать в виде:

$$\dot{V}_2 \leq -\bar{\alpha}_2 |y_1| - \lambda_0 [y_1^2 + y_2^2] \leq -c_{12} (|y_1| + y_1^2 + y_2^2) \leq -\nu_2 V_2, \quad (20)$$

где $\nu_2 = \frac{c_{12}}{c_{02}}$, $c_{12} = \min \{ \bar{\alpha}_2, \lambda_0 \}$.

Анализируя фазовый портрет (см. рис. 2), с помощью (15)–(16), (19)–(20) получим следующие оценки:

$$V_1(t_1) = \frac{y_2^2(t_1)}{2} \leq V_1(t_0) e^{-\nu_1 \Delta_0} \leq c_0 [|y_1(t_0)| + y_1^2(t_0) + y_2^2(t_0)] e^{-\nu_1 \Delta_0} \Rightarrow y_2^2(t_1) \leq Y_0 e^{-\nu \Delta_0},$$

где $c_0 = \max \{c_{01}, c_{02}\} = c_{02}$, $\nu = \min \{\nu_1, \nu_2\}$, $\Delta_0 = t_1 - t_0$, $Y_0 = 2c_0 [|y_1(t_0)| + y_1^2(t_0) + y_2^2(t_0)]$.

После исследования фазового портрета во втором квадранте с помощью функции $V_2(t)$ из (17), (20) получим следующую мажоранту:

$$V_2(t_2) = \frac{y_2^2(t_2)}{2} \leq V_2(t_1) e^{-\nu_2 \Delta_1} \leq \frac{y_2^2(t_1)}{2} e^{-\nu \Delta_1} \Rightarrow y_2^2(t_2) \leq y_2^2(t_1) e^{-\nu \Delta_1} \leq Y_0 e^{-\nu(\Delta_0 + \Delta_1)}.$$

По аналогии в некоторый момент времени t_i может быть записано следующее неравенство

$$y_2^2(t_i) \leq Y_0 e^{-\nu \sum_{k=0}^{i-1} \Delta_k}$$

Учитывая колебательный характер переходного процесса и последнее соотношение, получим, что переменная $y_2(t)$ ограничена мажорантой

$$|y_2(t)| \leq \sqrt{Y_0} e^{-\frac{\nu}{2}(t-t_0)}, \quad t \geq t_0. \quad (21)$$

Очевидно, что колебания переменной $|y_1(t)|$ достигают максимума при условии $\dot{y}_1(t) = 0$ в моменты времени t , для которых:

$$y_1(t) = \gamma \left(\frac{1}{R(t)C} + \alpha \right)^{-1} y_2(t).$$

Пусть это равенство выполняется в моменты времени t'_i ($t_i < t'_i < t_{i+1}$) (см. рис. 2). Тогда для значения $y_1(t'_i)$ с учетом (1.2) справедливы оценки

$$|y_1(t'_i)| \leq \frac{\gamma}{\alpha} |y_2(t_i)|.$$

Таким образом, с учетом выражения (21) амплитуда колебаний (максимумы) переменной $|y_1(t)|$ затухают экспоненциально, а переменные системы (11) стремятся к нулю со временем, стремящимся к бесконечности

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_2(t)| = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |y_1(t)| = 0.$$

Из последних соотношений и выражений (10) следует

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\bar{x}_2(t)| = 0$$

Теорема доказана.

Отметим, что переходный процесс для замкнутой системы (8) может происходить, в общем случае, при отрицательных значениях тока x_1 . Модель системы не учитывает физические ограничения, которые были предусмотрены в предположении (4). В соответствии с этими ограничениями в процессе перехода ток будет ограничен определенным диапазоном, который задается на этапе проектирования. Однако даже если траектории системы дойдут до указанных ограничений, через некоторый промежуток времени они попадут в область, где справедливо приведенное выше доказательство. Кривая переходного процесса в реальном устройстве в этом случае будет другой, и фазовый портрет, показанный на рис. 2 будет «обрезан» по величинам, входящим в неравенство (4).

3. Моделирование

Рассмотрим результаты моделирования для следующих параметров полупроводникового преобразователя: $L = 2 \cdot 10^{-5}$ [Гн], $C = 3 \cdot 10^{-4}$ [Ф], $r = 0.2$ [Ом]. Входное напряжение и ограничения для него согласно (3):

$$U(t) = 90 + 10 \cos(10t) \text{ [В]}, U_0 = 80 \text{ [В]}, U_1 = 100 \text{ [В]}, \bar{U} = 100 \text{ [В/с]}.$$

Значение желаемого выходного напряжения – $x_{2d} = 63$ [В].

Неизвестная нагрузка моделируется периодической функцией

$$R(t) = 6 - 4 \sin(100t) \text{ [Ом]}.$$

Согласно постановке задачи для этой неизвестной функции известны только ограничения, указанные в (2). Проведя несложные вычисления, можно получить:

$$R_0 = 2 \text{ [Ом]}, R_1 = 400 \text{ [Ом/с]}, R_2 = 4 \cdot 10^4 \text{ [Ом/с}^2\text{]}. \quad (22)$$

Для численного моделирования согласно неравенству (4) были выбраны следующие физические ограничения на ток: $0 \leq x_1 \leq 35$ [А]. Рассчитывая приведенные в теореме значения в соответствии с параметрами преобразователя и функцией нагрузки (22), можно получить следующие константы:

$$M^- = 1.155 \cdot 10^{10} \text{ [В/(Гн} \cdot \text{Ф)]}, M^+ = 1.783 \cdot 10^9 \text{ [В/(Гн} \cdot \text{Ф)]}, \Sigma = 1.071 \cdot 10^9 \text{ [В/(Гн} \cdot \text{Ф)]}, \\ \bar{\Sigma} = 1.155 \cdot 10^{10} \text{ [В/(Гн} \cdot \text{Ф} \cdot \text{с)]}, \gamma = 1.19 \cdot 10^4 \text{ [рад/с]}, \alpha = 5 \cdot 10^3 \text{ [с}^{-1}\text{]}.$$

Справедливость параметров закона управления согласно условиям теоремы 1 можно проверить следующими вычислениями,

$$M^- - \left(1 + \frac{1}{\alpha R_0 C}\right) \Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha} = 10^{10} \text{ [В/(Гн} \cdot \text{Ф)]}, \\ M^+ - \frac{\bar{U}}{\alpha LC} - \left(1 + \frac{1}{\alpha R_0 C}\right) \Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha} = 3.077 \cdot 10^8 \text{ [В/(Гн} \cdot \text{Ф)]}, \\ \alpha > \frac{1}{2\gamma R_0 C} \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} - \gamma\right) = 70.54 \text{ с}^{-1}, \quad \frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2} = 1.42 \cdot 10^8 \text{ [рад}^2\text{/с}^2\text{]} > 0.$$

Для демонстрации медленной составляющей закона управления (7), соответствующей скважности переключающего элемента [1], вводится новая переменная, фактически являющаяся выходом фильтром нижних частот:

$$\mu \dot{t} = -\tau + u(t),$$

где μ – постоянная времени фильтра.

На рис. 3, 4 представлены результаты моделирования разработанного закона управления в среде MATLAB/Simulink. В первом эксперименте для численного интегрирования используется метод Дормана-Принса (ode 5) с шагом интегрирования $t_s = 10^{-7}$ [с].

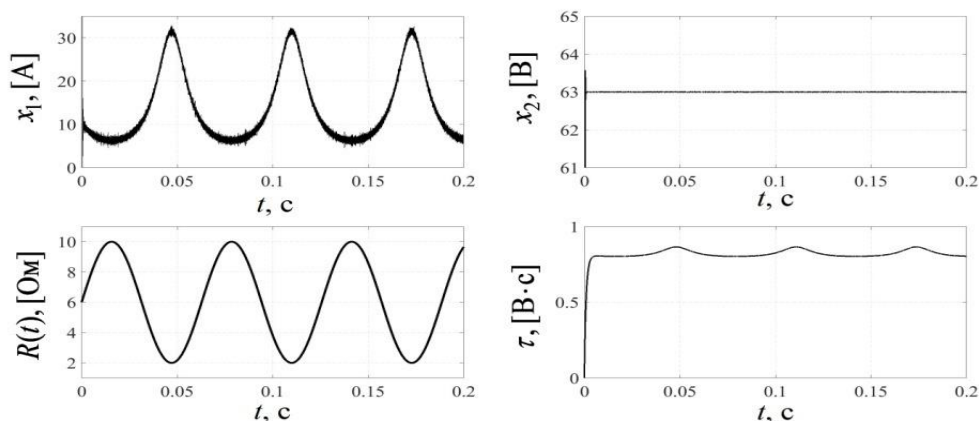


Рис. 3. Результаты моделирования первого эксперимента

Во втором эксперименте, результаты которого представлены на рис. 5, 6, используется несколько шагов интегрирования:

$$t_s = 10^{-6} \text{ с}, t_s = 10^{-7} \text{ с} \text{ и } t_s = 10^{-8} \text{ с}.$$

Следствием доказанного теоретического результата является то, что частота переключения управляющего входа со временем стремится к бесконечности. На практике частота коммутации ограничена, что приводит к установившейся ошибке управления. Из рис. 5, 6 видно, что эта ошибка зависит от частоты коммутации (шага интегрирования): чем выше частота, тем меньше ошибка, и наоборот. Такие ограничения необходимо учитывать при реализации описанного подхода на практике, однако этот вопрос требует дальнейшего изучения и в данной статье этот случай не рассматривается.

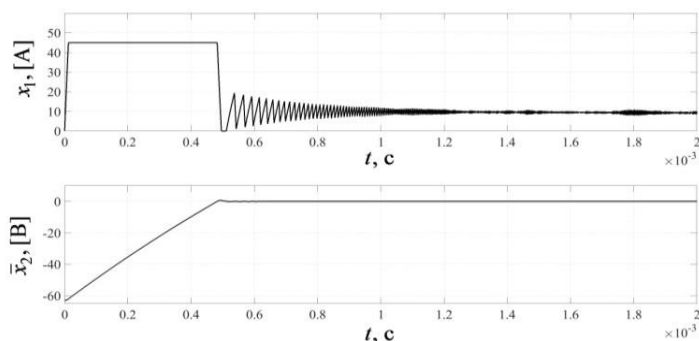


Рис. 4. Переходная характеристика системы

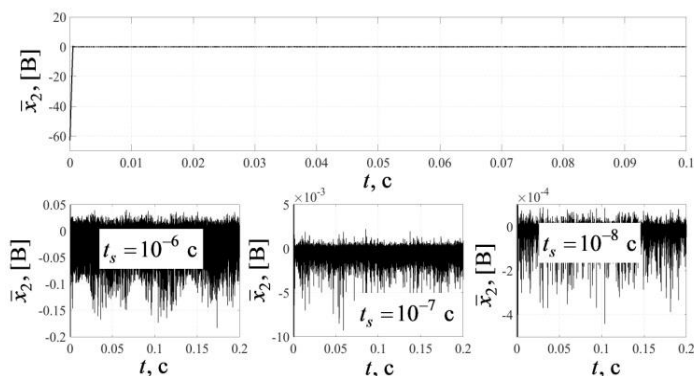


Рис. 5. Установившаяся ошибка на различных шагах интегрирования

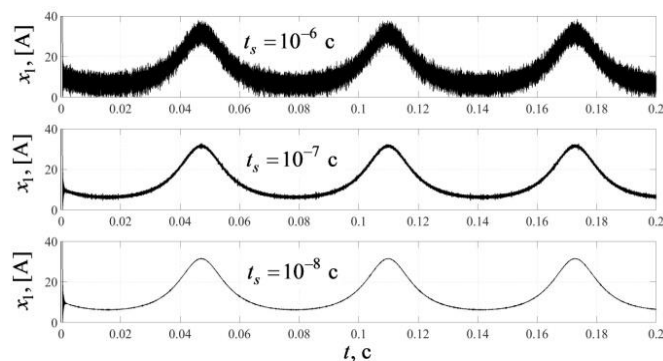


Рис. 6. Графики тока на различных шагах интегрирования

4. Заключение

В работе предложен новый алгоритм управления для полупроводникового понижающего преобразователя напряжения. Решена задача стабилизации заданного выходного напряжения, в предположении, что функция нагрузки может быть описана непрерывной ограниченной функцией с двумя ограниченными первыми производными. Для дальнейшей практической реализации разработанного алгоритма в дальнейших исследованиях необходимо изучить возможности адаптации предложенного регулятора для работы с преобразователями с широтно-импульсной модуляцией.

Литература

1. Ромаш Э.М. Дрaбович Ю.И. Юрченко Н.Н. Шевченко П.Н. Высокочастотные транзисторные преобразователи. – М.: Радио и связь. 1988. – 288 с.
2. Shtessel Y.B., Zinober A., Shkolnikov I. Sliding mode control of boost and buck-boost power converters using method of stable system center // Automatica. 2003. Vol. 39. No. 6. – P. 1061-1067.
3. Olm J., Ros-Oton X., Shtessel Y. Stable inversion of Abel equations: Application to tracking control in DC–DC non-minimum phase boost converters // Automatica. 2011. Vol. 47. No. 1, P. 221-226.
4. Stefanutti W., Mattavelli P., Saggini S., Ghioni M. Autotuning of digitally controlled DC-DC converters based on relay feedback // IEEE transactions on power electronics. 2007. Vol. 22. No. 1. – P. 199-207,
5. Kapat S. Improved time optimal control of a buck converter based on capacitor current // IEEE Trans. Power Electron. 2012. No. 3(27). – P. 1444-1454.
6. Kim B., Jrvenhaara J.K. A Rapid Switch Bridge Selection Method for Fully Integrated DCDC Buck Converters // IEEE Transactions on Power Electronics. 2015. Vol. 30. No. 8. – P. 4048-4051. 2015.
7. Giaouris D., Banerjee S., Zahawi B., Pickert P. Stability Analysis of the Continuous-Conduction-Mode Buck Converter Via Filippov's Method // IEEE Transactions on Circuits and Systems. 2008. Vol. 55. No. 4. – P. 1084-1096,
8. Utkin V.A. Invariance and Independence in systems with separable motion // Automation and Remote Control. 2001. Vol. 62. No. 11. – P. 1825-1843.
9. Демирчан К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. Том 1. 4-е изд., Санкт-Петербург, Питер, 2004, 463 С.
10. Wonham W. M. Linear Multivariable Control: A Geometric Approach. // New York. – SpringerVerlag, 1974.
11. Kochetkov S.A., Utkin V.A. Invariance in systems with unmatched perturbations, // Automation and Remote Control. 2013. Vol. 74. No 7. – P. 1097-1127.
12. Kochetkov S.A., Utkin V.A. Providing the Invariance Property on the Basis on Oscillation Modes // Doklady Mathematics. 2013. Vol. 88. No. 2. – P. 618-623.
13. Utkin V.I. Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. London. 2009. – Tailor and Francis.
14. Sabanovic A., Sabanovic N., Ohnishi K. Sliding Mode in Power Converters and Motion Control Systems // Int. J. Control. 1993. Vol. 57. No. 5. – P. 1237-1259.
15. Filippov A.F. Differential equations with discontinuous right hand sides. Dordrecht. –Kluwer Academic Publishers. 1988.