

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ  
УПРАВЛЕНИЯ КРУПНОМАСШТАБНЫМИ СИСТЕМАМИ

---

DOI: 10.25728/mlsd.2023.0753

**УПРАВЛЕНИЕ МАЛОСКОРОСТНЫМ ПОДВОДНЫМ РОБОТОМ  
В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ И ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ**

**Антипов А.С., Краснов Д.В.**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия*

*scholess18@mail.ru, dim93kr@mail.ru*

*Аннотация. Объектом управления является малоскоростной полноприводный подводный робот, математическая модель которого содержит неопределенные параметры. На основе приведения системы к каноническому виду разработан закон управления с компенсацией неопределенностей. Предложен наблюдатель состояния и возмущений с кусочно-линейными корректирующими воздействиями, обеспечивший информационную поддержку закона управления.*

*Ключевые слова: подводный робот, неопределенность, робастное управление, наблюдатель возмущений.*

**Введение**

Подводные роботы применяются для наблюдения за окружающей средой и разными объектами. Кроме того, они служат для исследования водного пространства и проведения инженерных работ на большой глубине, недоступной для человека. Среди подводных роботов есть автономные аппараты и те, которые управляются с помощью оператора [1]. Они отличаются конструктивными особенностями и областью применения.

Общей задачей автоматического управления для подводных роботов является отслеживание требуемого положения и ориентации. Модель объекта управления отличается существенной нелинейностью. Робот функционирует при действии параметрических и внешних возмущений (различных течений, сил гидродинамического демпфирования). Поэтому актуальной проблемой является разработка робастных и высокоточных систем слежения.

Выделяют две группы методов синтеза систем слежения: опирающиеся на математическую модель объекта и не использующие ее. К первой группе относят методы оптимального управления [2]. Они нацелены на максимизацию или минимизацию заданных критериев качества. Однако эти методы чувствительны к неопределенностям, и на практике они становятся квазиоптимальными. Среди методов второй группы можно выделить ПИД-регулирование [3-4], управление на скользящих режимах [5-6], нейросетевой подход [7]. ПИД-регуляторы широко распространены в различных инженерных приложениях в силу простоты своей реализации. Однако настройка их коэффициентов сильно зависит от условий, в которых работает объект. Она может быть трудоемкой. Управление на скользящих режимах способно обеспечить робастность по отношению к согласованным возмущениями. Однако в практических приложениях нельзя формировать разрывные управляющие силы и моменты, они не реализуемы исполнительными устройствами. Для реализации нейросетевого подхода требуется обучающая выборка, которая формируется в условиях, близких к условиям реального функционирования объекта. Поэтому при изменении внешних условий необходимо перенастраивать нейросеть.

В данной работе рассматривается математическая модель малоскоростного и полноприводного подводного робота (имеющего шесть степеней свободы и шесть управлений) в условиях неопределенности и при неполных измерениях. Цель состоит в синтезе робастной системы слежения, реализация которой опирается на границы изменения неопределенностей и не требует перенастройки, когда неизвестные параметры объекта находятся в допустимых пределах. Работа имеет следующую структуру. В разделе 1 описана математическая модель объекта управления. Формализована постановка задачи слежения за заданным положением и ориентацией робота. В разделе 2 в предположении наличия всех измерений разработан базовый закон управления, позволяющий компенсировать неопределенности. В разделе 3 предложен наблюдатель состояния и

возмущений, обеспечивающий информационную поддержку системы слежения в случае неполных измерений. В разделе 4 представлены результаты численного моделирования разработанных алгоритмов в системе MATLAB-Simulink.

## 1. Математическая модель объекта управления. Постановка задачи

В предположении малости линейных скоростей математическая модель объекта управления описывается уравнениями [8]:

$$\dot{\eta} = R(\eta_2)\nu, \quad (1)$$

$$\dot{\nu} = M^{-1}(F_g(\eta_2) + F_b(\eta_2) + Ju), \quad (2)$$

где  $\eta = [x \ y \ z \ \varphi \ \theta \ \psi]^T \in R^{6 \times 1}$  – вектор положения и ориентации робота, задаваемый в неподвижной системе координат (СК),  $\eta_1 = [x \ y \ z]^T$ ,  $\eta_2 = [\varphi \ \theta \ \psi]^T$ ;  $\nu = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \dot{\varphi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T \in R^{6 \times 1}$  – вектор линейных и угловых скоростей робота в подвижной СК,  $\nu_1 = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ ,  $\nu_2 = [\dot{\varphi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ .

Уравнение (1) определяет преобразование скорости из подвижной СК в неподвижную с помощью известной матрицы поворота  $R(\eta_2) = \begin{bmatrix} R_1(\eta_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_2(\eta_2) \end{bmatrix}$ :

$$R_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\theta + c\psi s\theta s\varphi & s\psi c\theta + c\psi s\theta c\varphi \\ s\psi c\theta & c\psi c\theta + s\psi s\theta s\varphi & -c\psi c\theta + s\psi s\theta c\varphi \\ -s\theta & c\theta s\varphi & c\theta c\varphi \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$R_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & s\theta \operatorname{tg} \theta & c\theta \operatorname{tg} \theta \\ 0 & c\varphi & -s\varphi \\ 0 & s\varphi / c\theta & c\varphi / c\theta \end{bmatrix},$$

где  $s = \sin(\cdot)$ ,  $c = \cos(\cdot)$ .

Уравнение (2) описывает динамику механической системы, где  $M \in R^{6 \times 6}$  – матрица инерции,  $F_g(\eta_2) \in R^{6 \times 1}$  – вектор гравитационных сил,  $F_b(\eta_2) \in R^{6 \times 1}$  – вектор сил плавучести,  $u \in R^{6 \times 1}$  – вектор управляющих сигналов, которые идут на моторы. Они пересчитываются в силы и моменты с помощью матрицы  $J \in R^{6 \times 6}$ .

Отметим, что в модели (1)–(2) не учтены центробежные силы и силы Кориолиса, силы гидродинамического демпфирования. Кроме того, не учитывается динамика моторов.

Пусть  $\eta_d(t) = [x_d(t) \ y_d(t) \ z_d(t) \ \varphi_d(t) \ \theta_d(t) \ \psi_d(t)]^T \in R^{6 \times 1}$  – заданная допустимая траектория, которую должна отслеживать выходная векторная переменная  $\eta(t)$ . Требуется синтезировать управление  $u \in R^{6 \times 1}$  в форме обратной связи, которое обеспечит это отслеживание с некоторой точностью:

$$|\eta_i(t) - \eta_{di}(t)| \leq \delta_i, \quad i = \overline{1, 6}. \quad (4)$$

Задача (4) решается в следующих предположениях.

1. Переменные состояния  $\eta$  и  $\nu$  принадлежат некоторой допустимой рабочей области:

$$|\eta_i(t)| \leq H_i, \quad |\nu_i(t)| \leq V_i, \quad i = \overline{1, 6}, \quad (5)$$

угол  $\theta$  может изменяться в интервале

$$-\pi/2 < \theta < \pi/2.$$

В этом случае элементы матрицы поворота  $R(\eta_2)$  (3) являются ограниченными.

2. Матрицы  $M \in R^{6 \times 6}$  и  $J \in R^{6 \times 6}$  представимы в виде:

$$M = M_0 + \Delta M, \quad J = J_0 + \Delta J, \quad (6)$$

где  $M_0, J_0$  – известные номинальные невырожденные матрицы,  $\Delta M, \Delta J$  – неопределенные матрицы, которые ограничены по норме.

3. Аналитический вид векторов  $F_g(\eta_2) \in R^{6 \times 1}$  и  $F_b(\eta_2) \in R^{6 \times 1}$  неизвестен. Эти вектора можно рассматривать как внешние возмущения. Имеются только границы изменения их нормы в рабочей области (5).

4. Измерениям доступны положение и ориентация робота  $\eta(t)$ , эталонная траектория  $\eta_d(t)$ , ее производная  $\dot{\eta}_d(t)$  и угловые скорости  $v_2(t)$ . Датчики линейных скоростей отсутствуют.

В следующих разделах представлен основной результат работы – решение проблемы (4) в указанных предположениях.

## 2. Синтез базового закона управления

Для достижения целевого условия (4) и обеспечения высокого качества регулирования предлагается скомпенсировать неопределенности за счет комбинированного закона управления. Введем невырожденную замену переменных:

$$\begin{aligned} e_1 &= \eta - \eta_d \in R^{6 \times 1}, \\ e_2 &= R(\eta_2)v - \dot{\eta}_d \in R^{6 \times 1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Она приводит исходную систему (1)–(2) к каноническому виду

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2, \\ \dot{e}_2 &= B_0(\eta_2)u + e_3(\eta, v, t), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $B_0(\eta_2) = R(\eta_2)M_0^{-1}J_0$  – известная номинальная матрица управления, которая определяется известными номинальными матрицами  $M_0, J_0$  (6) и известной матрицей поворота  $R(\eta_2)$  (3);  $\Delta B(\eta_2) = R(\eta_2)[M^{-1}\Delta J - M_0^{-1}\Delta M M^{-1}J_0]$  – неопределенная матрица управления,  $e_3(\eta, v, t) = \dot{R}(\eta_2)v + \Delta B(\eta_2)u + R(\eta_2)M^{-1}(F_g(\eta_2) + F_b(\eta_2)) - \dot{\eta}_d(t)$  – неизвестный векторный сигнал, который будем трактовать как неопределенности. В силу (5) справедливы ограничения на невязку  $e_2$  и сигнал  $e_3$  вместе с его производной:

$$\begin{aligned} |e_{2i}(t)| &\leq E_{2i}, \\ |e_{3i}(t)| &\leq E_{3i}, |\dot{e}_{3i}(t)| \leq E_{4i}, t \geq 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда при наличии сигналов  $e_1, e_2$  и  $e_3$  на основе канонической системы (8) строится базовый закон комбинированного управления:

$$u = -(B_0(\eta_2))^{-1}[e_3 + K_1 e_1 + K_2 e_2], \quad (10)$$

линеаризующий замкнутую систему [9], где  $K_1 = \text{diag}(k_{1i})$  и  $K_2 = \text{diag}(k_{2i})$ ,  $k_{1i} > 0, k_{2i} > 0, i = \overline{1,6}$ .

Замкнутая система (8), (10) принимает вид:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2, \\ \dot{e}_2 &= -K_1 e_1 - K_2 e_2. \end{aligned} \quad (11)$$

Она устойчива при любых значениях  $k_{1i} > 0, k_{2i} > 0, i = \overline{1,6}$ . Кроме того, за счет выбора этих значений в виде коэффициентов полинома Ньютона или Баттерворта можно регулировать качество переходных процессов [10].

В следующем разделе будет разработан наблюдатель состояния и возмущений, который при неполных измерениях позволит восстановить сигналы, необходимые для управления.

## 3. Синтез наблюдателя состояния и возмущений

Представим векторные переменные  $e_1$  и  $e_2$  (7) в виде

$$e_1 = \begin{bmatrix} e_{1p} \\ e_{1o} \end{bmatrix} \in R^{6 \times 1}, \quad e_2 = \begin{bmatrix} e_{2p} \\ e_{2o} \end{bmatrix} \in R^{6 \times 1}, \quad (12)$$

где  $e_{1p} = [e_{11} \ e_{12} \ e_{13}]^T$  – ошибки слежения за заданным положением,  $e_{1o} = [e_{14} \ e_{15} \ e_{16}]^T$  – ошибки слежения за заданной ориентацией;  $e_{2p} = [e_{21} \ e_{22} \ e_{23}]^T$ ,  $e_{2o} = [e_{24} \ e_{25} \ e_{26}]^T$  – соответствующие производные ошибок слежения. Исходя из доступных измерений, известны только сигналы  $e_1 \in R^{6 \times 1}$  и  $e_{2o} \in R^{3 \times 1}$ . Следовательно, для реализации закона управления (10) требуется получить оценки неизвестных сигналов  $e_{2p} \in R^{3 \times 1}$  и  $e_3 \in R^{6 \times 1}$  с помощью наблюдателя состояния. Учитывая, что векторная переменная  $e_3$  зависит от параметрических и внешних возмущений, задача оценивания может быть решена с некоторой точностью:

$$|e_{2pi}(t) - \hat{e}_{2pi}(t)| \leq \Delta_2, |e_{3i}(t) - \hat{e}_{3i}(t)| \leq \Delta_3, T > 0, \quad (13)$$

где  $\hat{e}_{2pi}(t)$  и  $\hat{e}_{3i}(t)$  – оценки искомым сигналов  $e_{2pi}(t)$  и  $e_{3i}(t)$  (12) соответственно,  $\Delta_2$  и  $\Delta_3$  – заданная точность оценивания,  $T$  – заданное время оценивания.

Для решения задачи (13) построим наблюдатель на основе системы (8), дополненной динамикой изменения неопределенностей  $e_3$ :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= [z_{21} \ z_{22} \ z_{23}]^T + v_1, \\ \dot{z}_2 &= z_3 + B_0(\eta_2)u + v_2, \\ \dot{z}_3 &= v_3, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $z_1 \in R^{3 \times 1}$ ,  $z_2 \in R^{6 \times 1}$ ,  $z_3 \in R^{6 \times 1}$  – переменные наблюдателя,  $v_1 \in R^{3 \times 1}$ ,  $v_2 \in R^{6 \times 1}$ ,  $v_3 \in R^{6 \times 1}$  – его корректирующие воздействия. С учетом измеряемых сигналов установим следующие начальные условия в наблюдателе:

$$\begin{aligned} z_1(0) &= e_{1p}(0) \in R^{3 \times 1}, \\ z_2(0) &= \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ e_{2o}(0) \end{bmatrix} \in R^{6 \times 1}, \\ z_3(0) &= \vec{0} \in R^{6 \times 1}. \end{aligned} \quad (15)$$

Система относительно ошибок наблюдения  $\varepsilon_{1p} = e_{1p} - z_1 \in R^{3 \times 1}$ ,  $\varepsilon_2 = e_2 - z_2 \in R^{6 \times 1}$ ,  $\varepsilon_{2p} = [\varepsilon_{21}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{23}]^T \in R^{3 \times 1}$ ,  $\varepsilon_3 = e_3 - z_3 \in R^{6 \times 1}$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{1p} &= \varepsilon_{2p} - v_1, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \varepsilon_3 - v_2, \\ \dot{\varepsilon}_3 &= \dot{e}_3 - v_3. \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1p}(0) &= 0_{3 \times 1}, \\ \varepsilon_2(0) &= \begin{bmatrix} e_{2p}(0) \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix}, \\ \varepsilon_3(0) &= e_3(0). \end{aligned}$$

Для стабилизации системы (16) и уменьшения всплесков оценочных сигналов введем ограниченные кусочно-линейные корректирующие воздействия [11-12]:

$$\begin{aligned}
v_1 &= M_1 \text{sat}(L_1 \varepsilon_1) = (m_{11} \text{sat}(l_{11} \varepsilon_{11}), \dots, m_{13} \text{sat}(l_{13} \varepsilon_{13}))^T, \\
\hat{\varepsilon}_2 &= \begin{bmatrix} v_1 \\ e_{2o} - \begin{bmatrix} z_{24} \\ z_{25} \\ z_{26} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \in R^{6 \times 1}, \quad v_2 = M_2 \text{sat}(L_2 \hat{\varepsilon}_2) = (m_{21} \text{sat}(l_{21} \hat{\varepsilon}_{21}), \dots, m_{26} \text{sat}(l_{26} \hat{\varepsilon}_{26}))^T, \\
\hat{\varepsilon}_3 &= v_2, \quad v_3 = M_3 \text{sat}(L_3 \hat{\varepsilon}_3) = (m_{31} \text{sat}(l_{31} \hat{\varepsilon}_{31}), \dots, m_{36} \text{sat}(l_{36} \hat{\varepsilon}_{36}))^T, \\
M_i &= \text{diag}(m_{ij}), \quad L_i = \text{diag}(l_{ij}), \quad m_{ij} = \text{const} > 0, \quad l_{ij} = \text{const} > 0,
\end{aligned} \tag{17}$$

где

$$\begin{aligned}
\text{sat}(l_{1j} \varepsilon_{1j}) &= \begin{cases} +1, \varepsilon_{1j} > 1/l_{1j}, \\ l_{1j} \varepsilon_{1j}, |\varepsilon_{1j}| \leq 1/l_{1j}, \\ -1, \varepsilon_{1j} < -1/l_{1j}, j = 1, \dots, 3. \end{cases} \\
\text{sat}(l_{ij} \hat{\varepsilon}_{ij}) &= \begin{cases} +1, \hat{\varepsilon}_{ij} > 1/l_{ij}, \\ l_{ij} \hat{\varepsilon}_{ij}, |\hat{\varepsilon}_{ij}| \leq 1/l_{ij}, \\ -1, \hat{\varepsilon}_{ij} < -1/l_{ij}, i = 2, 3, j = 1, \dots, 6. \end{cases}
\end{aligned} \tag{18}$$

Амплитуды  $m_{ij}$  ограничивают корректирующие воздействия (17)–(18), а также вместе с большими коэффициентами  $l_{ij}$  влияют на точность оценивания.

Лемма [11]. Если в системе (16), (17) начальные условия и векторная переменная  $\dot{e}_3(t)$  ограничены известными константами (9), то тогда для любых  $T > 0, \Delta_3 > \Delta_2 > 0$  найдутся такие действительные числа  $m_{1i}^*, m_{2j}^*, m_{3j}^*, l_{1i}^*, l_{2j}^*, l_{3j}^* > 0$ , что при всех  $m_{1i}, m_{2j}, m_{3j}, l_{1i}, l_{2j}, l_{3j}$ :

$$\begin{aligned}
m_{1i} &\geq m_{1i}^*, m_{2j} \geq m_{2j}^*, m_{3j} \geq m_{3j}^*, \\
l_{1i} &\geq l_{1i}^*, l_{2j} \geq l_{2j}^*, l_{3j} \geq l_{3j}^*, i = 1, 2, 3; j = 1, \dots, 6
\end{aligned} \tag{19}$$

неравенства (13) будут выполнены.

При этом искомые оценки сигналов  $e_{2pi}(t)$  и  $e_{3i}(t)$  предоставят переменные наблюдателя:

$$\hat{e}_2 = \begin{bmatrix} z_{21} \\ z_{22} \\ z_{23} \\ e_{2o} \end{bmatrix} \in R^{6 \times 1}, \quad \hat{e}_3 = z_3 \in R^{6 \times 1}. \tag{20}$$

Следовательно, при отсутствии измерений  $e_{2p}(t), e_3(t)$  и с учетом (20) закон управления (10) будет реализован как

$$u = -(B_0(\eta_2))^{-1} \left[ z_3 + K_1(\eta - \eta_d) + K_2 \begin{bmatrix} z_{21} \\ z_{22} \\ z_{23} \\ e_{2o} \end{bmatrix} \right]. \tag{21}$$

Достижимая точность стабилизации ошибок слежения (4) зависит от точности оценивания (13), которую можно обеспечить сколь угодно малой [11].

Отметим, что получить оценку неопределенностей  $e_3$  также допустимо с помощью построения наблюдателя минимально возможного порядка 9, как описано в [13]. В отличие от [13], в данной работе порядок наблюдателя был увеличен за счет добавления интегратора для переменной  $z_3$  (14),

что позволяет отфильтровать оценку  $e_3$ . Таким образом, предложенное решение более робастно по отношению к шумам измерений по сравнению с решением из [13].

#### 4. Результаты моделирования

Для проверки эффективности разработанных алгоритмов было проведено численное моделирование в системе MATLAB-Simulink.

Допустимая рабочая область изменения скоростей (5):

$$|v_i(t)| \leq 3 \text{ (м/с)}, i = \overline{1,3}, |v_i(t)| \leq 5 \text{ (рад/с)}, i = \overline{4,6}.$$

Для моделирования использовались следующие матрицы  $M$  и  $J$  в механической системе (2):

$$M = \text{diag}(9, 9, 9, 0,8, 0,8, 1,1),$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,8374 & -0,8246 & 0 & 0 \\ -0,6894 & -0,6242 & 0 & 0 & -0,6426 & -0,6154 \\ 0,7009 & -0,6018 & 0 & 0 & -0,7346 & 0,6219 \\ -0,1528 & -0,1041 & 0 & 0 & 0,1701 & 0,224 \\ -0,1054 & 0,1661 & 0,1324 & -0,1253 & 0,1387 & 0,1199 \\ -0,1156 & -0,2222 & 0,2759 & 0,2130 & 0,1570 & 0,1851 \end{bmatrix}.$$

Внешние возмущения  $F_g(\eta_2)$  и  $F_b(\eta_2)$  описывались функциями [8]:

$$F_g(\eta_2) = \begin{bmatrix} G(\eta_2) \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix}, G(\eta_2) = R_1^{-1}(\eta_2)[0,0,88,2]^T,$$

$$F_b(\eta_2) = \begin{bmatrix} B(\eta_2) \\ S_b(\eta_2)b \end{bmatrix}, B(\eta_2) = R_1^{-1}(\eta_2)[0,0,-95,2634]^T,$$

$$S_b(\eta_2) = \begin{bmatrix} 0 & -B_3 & B_2 \\ B_3 & 0 & -B_1 \\ -B_2 & B_1 & 0 \end{bmatrix}, b = [-0,05,0,-0,02]^T.$$

Для демонстрации целесообразности компенсации неопределенностей в системе (2) и для последующего сравнительного анализа были реализованы два закона управления. Первый – разработанный закон (21) с компенсацией неопределенностей  $e_3$  с помощью наблюдателя (14), (17)–(18). Второй – в виде ПД-регулятора без компенсации  $e_3$ :

$$u = -(B_0(\eta_2))^{-1} \left[ K_1(\eta - \eta_d) + K_2 \begin{bmatrix} z_{21} \\ z_{22} \\ z_{23} \\ e_{2o} \end{bmatrix} \right]. \quad (22)$$

Для синтеза систем наблюдения и управления использовались только номинальные матрицы  $M_0$  и  $J_0$ :

$$M_0 = \text{diag}(7, 7, 7, 0,35, 0,35, 0,35),$$

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,8 & -0,8 & 0 & 0 \\ -0,6 & -0,6 & 0 & 0 & -0,6 & -0,6 \\ 0,6 & -0,6 & 0 & 0 & -0,6 & 0,6 \\ -0,1 & -0,1 & 0 & 0 & 0,1 & 0,1 \\ -0,1 & 0,1 & 0,05 & -0,05 & 0,1 & 0,1 \\ -0,1 & -0,1 & 0,2 & 0,2 & 0,1 & 0,1 \end{bmatrix},$$

а также границы изменения неопределенностей. Исходя из них и точности оценивания  $\Delta_{2i} = 0,07$  (м/с),  $i = \overline{1,3}$ ,  $\Delta_{2i} = 0,03$  (рад/с),  $i = \overline{4,6}$  и  $\Delta_{3i} = 0,2$  (м/с<sup>2</sup>),  $i = \overline{1,3}$ ,  $\Delta_{3i} = 0,05$  (рад/с<sup>2</sup>),  $i = \overline{4,6}$ , на основе (19) были приняты коэффициенты наблюдателя (14):

$$\begin{aligned} L_1 &= \text{diag}(0,83, 0,83, 0,5), M_1 = \text{diag}(30, 30, 50), \\ L_2 &= \text{diag}(0,5, 0,5, 0,5, 0,35, 0,35, 0,35), M_2 = \text{diag}(30,30,30,100,100,100), \\ L_3 &= \text{diag}(0,17, 0,17, 0,17, 0,09, 0,09, 0,09), M_3 = \text{diag}(30,30,30,400,400,400). \end{aligned} \quad (23)$$

На основе анализа замкнутой системы (11) были выбраны коэффициенты регулятора:

$$K_1 = \text{diag}(16,16,16,36,36,36), K_2 = \text{diag}(8,8,8,12,12,12). \quad (24)$$

Начальные условия объекта были нулевыми. При этом начальные условия наблюдателя задавались согласно (15). Для интегрирования динамических систем применялся явный метод Эйлера с шагом  $10^{-2}$  (с). Было проведено два эксперимента, цель которых состояла в стабилизации положения и ориентации робота соответственно. Во всех экспериментах коэффициенты наблюдателя и регуляторов были одинаковыми (23)–(24).

В первом эксперименте требовалось стабилизировать заданное значение глубины 1 (м) и нулевые значения остальных переменных:  $\eta_d(t) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . На рис. 1 приведены графики глубины  $z(t)$  и ошибки слежения  $e_{13}(t)$  при использовании регулятора (21) с компенсацией неопределенностей и регулятора (22) без компенсации неопределенностей. На рис. 2 представлены графики положений  $x(t)$  и  $y(t)$ , определяющих перемещение робота вперед/назад и влево/вправо. На рис. 3 представлены графики неизвестной производной ошибки слежения  $e_{23}(t)$  и ее оценки  $z_{23}(t)$  с помощью наблюдателя, а также график ошибки оценивания  $e_{23}(t) - z_{23}(t)$ . На рис. 4 продемонстрирован график оценки неопределенностей  $e_{33}(t)$  с помощью переменной наблюдателя  $z_{33}(t)$ .

Во втором эксперименте требовалось, чтобы угол рысканья  $\psi(t)$  отслеживал заданную траекторию  $\psi_d(t) = 0,7 \cos(t)$  при стабилизации остальных переменных состояния в нулевых значениях. На рис. 5–8 представлены графики, аналогичные графикам на рис. 1–4.

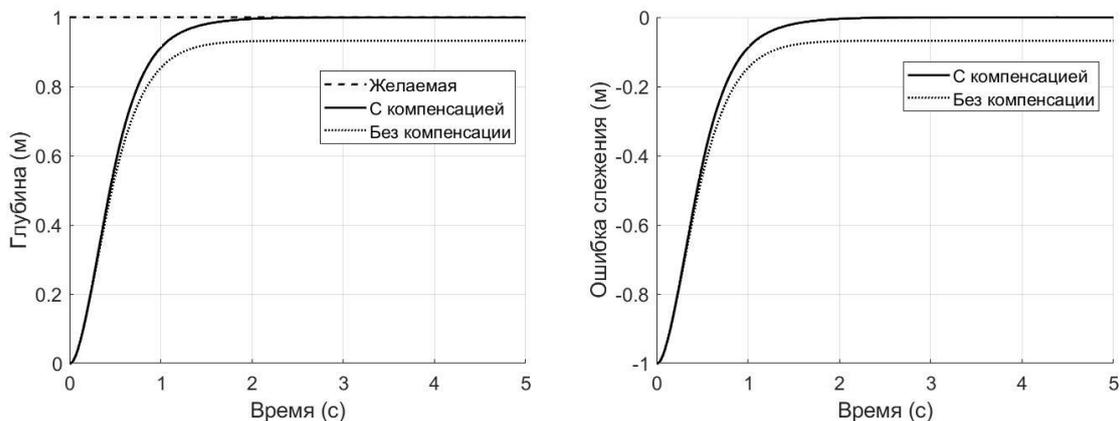


Рис. 1. Зависимости  $z_d(t)$ ,  $z(t)$  (слева) и  $e_{13}(t) = z(t) - z_d(t)$  (справа)

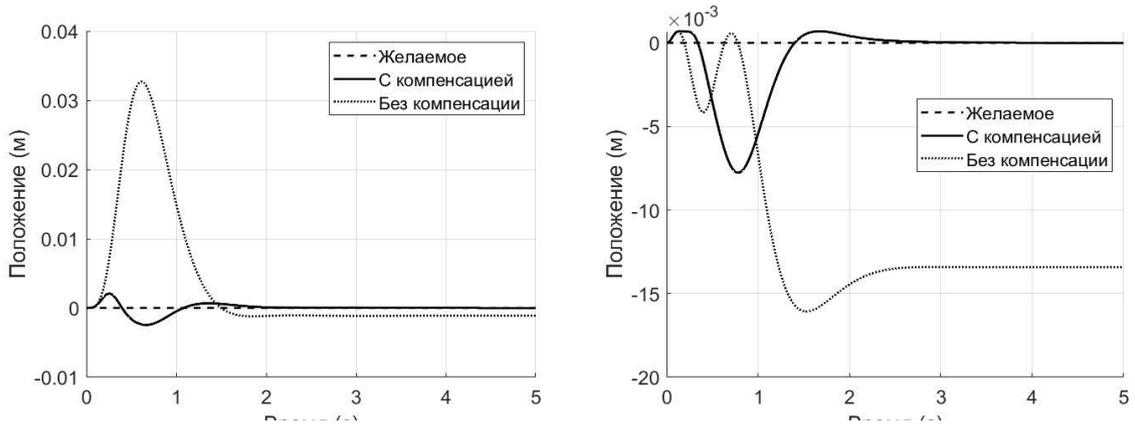


Рис. 2. Зависимости  $x(t)$  (слева) и  $y(t)$  (справа)

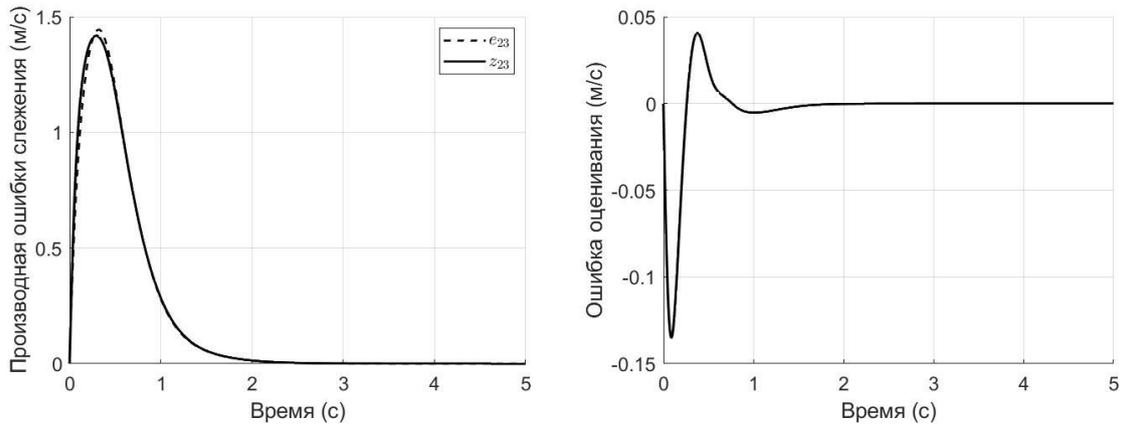


Рис. 3. Зависимости  $e_{23}(t)$ ,  $z_{23}(t)$  (слева) и  $\varepsilon_{23}(t) = e_{23}(t) - z_{23}(t)$  (справа)

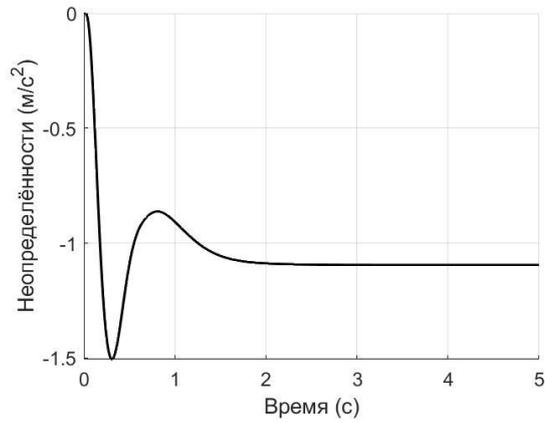


Рис. 4. Зависимость  $z_{33}(t)$

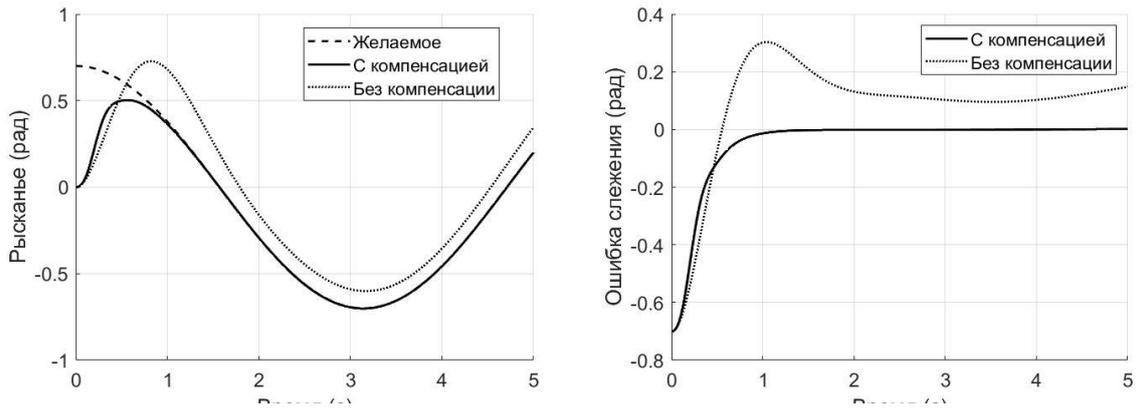


Рис. 5. Зависимости  $\psi_d(t)$ ,  $\psi(t)$  (слева) и  $e_{16}(t) = \psi(t) - \psi_d(t)$  (справа)

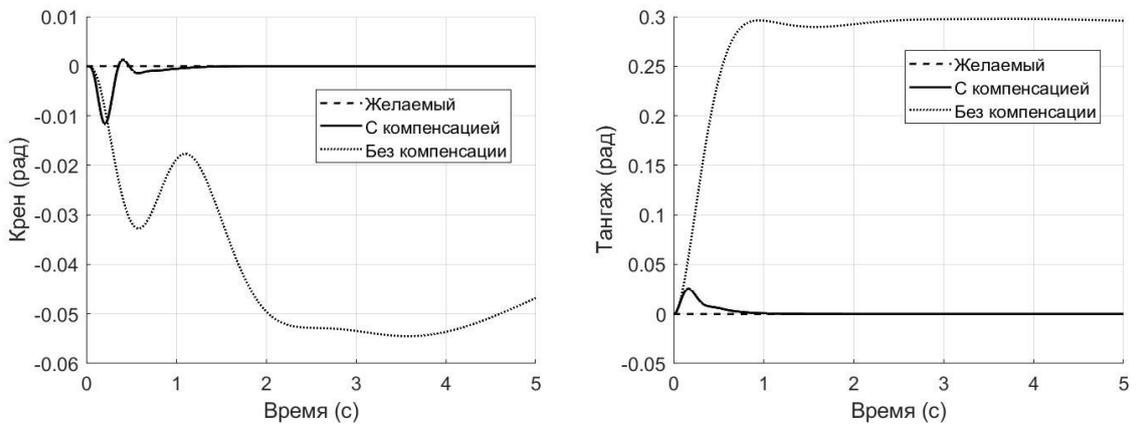


Рис. 6. Зависимости  $\dot{\varphi}(t)$  (слева) и  $\theta(t)$  (справа)

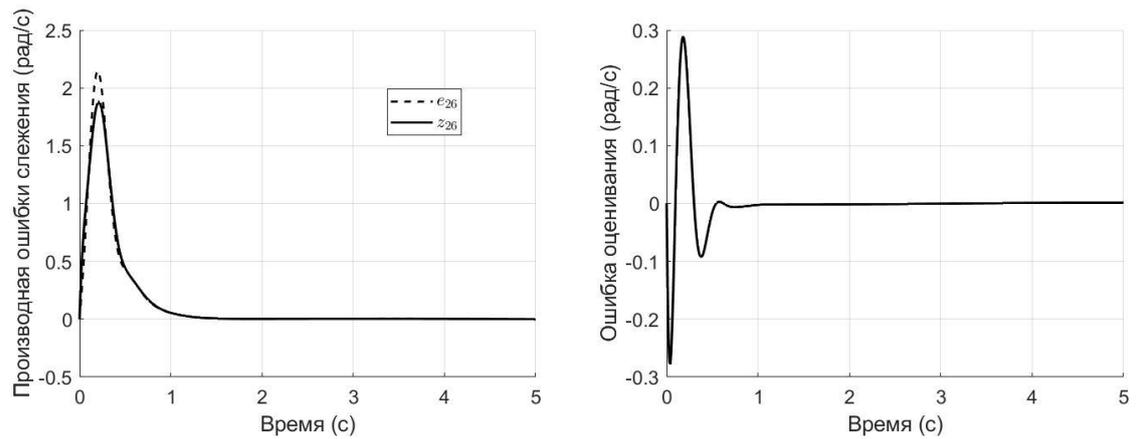


Рис. 7. Зависимости  $e_{26}(t)$ ,  $z_{26}(t)$  (слева) и  $\varepsilon_{26}(t) = e_{26}(t) - z_{26}(t)$  (справа)

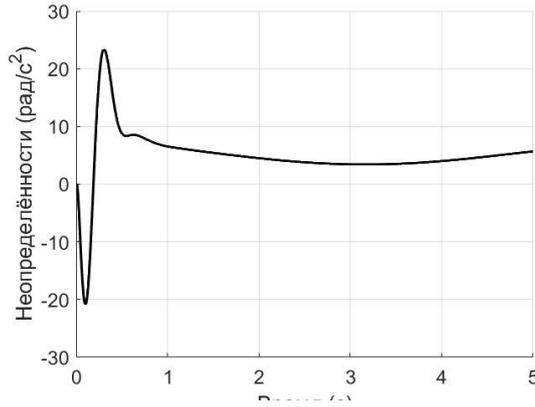


Рис. 8. Зависимость  $z_{36}(t)$

В обоих экспериментах была достигнута цель управления – удалось обеспечить стабилизацию заданной глубины (рис. 1) и отслеживание углом рысканья заданной траектории (рис. 5) при стабилизации нулевых значений остальных переменных состояния (рис. 2, 6) в малой окрестности нуля. В данных экспериментах построение наблюдателя обеспечило следующие значения показателей качества оценивания производной ошибки слежения (рис. 3, 7) для замкнутой системы (2), (21):

$$\begin{aligned} |e_{23}(t) - z_{23}(t)| &\leq 0,0203 \text{ (м/с)}, t \geq 0,5 \text{ (с)}. \\ |e_{26}(t) - z_{26}(t)| &\leq 0,0151 \text{ (рад/с)}, t \geq 0,5 \text{ (с)}. \end{aligned}$$

Данное оценивание вместе с компенсацией неопределенностей  $e_3(t)$  (рис. 4, 8) привело к следующим значениям показателей качества регулирования для замкнутой системы (2) с разработанным законом управления (21):

$$\begin{aligned} |e_{13}(t)| &\leq 0,08 \text{ (м)}, t \geq 1,03 \text{ (с)}, |e_{13}(t)| \leq 2,60 \cdot 10^{-4} \text{ (м)}, t \geq 3 \text{ (с)}. \\ |e_{16}(t)| &\leq 0,21 \text{ (рад)}, t \geq 0,35 \text{ (с)}, |e_{16}(t)| \leq 0,0019 \text{ (рад)}, t \geq 3 \text{ (с)}. \end{aligned} \quad (25)$$

Для сравнения представлены значения аналогичных показателей качества для замкнутой системы (2) с ПД-регулятором (22) без компенсации неопределенностей  $e_3(t)$ :

$$\begin{aligned} |e_{13}(t)| &\leq 0,08 \text{ (м)}, t \geq 1,49 \text{ (с)}, |e_{13}(t)| \leq 0,068 \text{ (м)}, t \geq 3 \text{ (с)}. \\ |e_{16}(t)| &\leq 0,21 \text{ (рад)}, t \geq 1,49 \text{ (с)}, |e_{16}(t)| \leq 0,2049 \text{ (рад)}, t \geq 3 \text{ (с)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Из (25)–(26) следует, что компенсация неопределенностей оказалась целесообразной. Она привела к уменьшению ошибок слежения в установившемся режиме до 261 раза по сравнению с ПД-регулятором без компенсации. Таким образом, результаты моделирования подтвердили эффективность разработанных алгоритмов.

## 5. Заключение

Цель работы состояла в синтезе робастной системы слежения для малоскоростного полноприводного подводного робота при наличии неопределенностей. Цель была достигнута с помощью разработанного наблюдателя с кусочно-линейными корректирующими воздействиями. Его переменная предоставила оценку неопределенностей, что позволило применить метод линеаризации обратной связи. Результаты численного моделирования показали, что предложенное решение помогает повысить точность регулирования по сравнению с использованием стандартного ПД-регулятора.

В будущем планируется применить разработанные алгоритмы к более полной и адекватной математической модели автономного подводного робота, в том числе с учетом динамики моторов. Кроме того, предполагается провести сравнительный анализ с другими современными методами автоматического управления.

## Литература

1. He Y., Wang D.B., Ali Z.A. A review of different designs and control models of remotely operated underwater vehicle // *Measurement and Control*. – 2020. – Vol. 53, N 9–10. – P. 1561–1570.
2. Chin C.S., Lau M., Seet G. Dynamic Modelling and Cascaded Controller Design Of A Low-Speed Maneuvering ROV // *Advanced Technologies: Research, Development and Application Book*. – Advanced Robotic Systems International, Vienna, Austria, 2006. – P. 159–186.
3. Rúa S., Vázquez R.E. Development of a Low-Level Control System for the ROV Visor3 // *International Journal of Navigation and Observation*. – 2016. – Vol. 2016. – P. 1–12.
4. Kermorgant O. A Dynamic Simulator for Underwater Vehicle-Manipulators // *Proc. of the International Conference on Simulation, Modeling, and Programming for Autonomous Robots*. – Bergamo, 2014. – P. 25–36.
5. García-Valdovinos L.G., Salgado-Jiménez T., Bandala-Sánchez M., Nava-Balanzar L., Hernández-Alvarado R., Cruz-Ledesma J.A. Modelling, Design and Robust Control of a Remotely Operated Underwater Vehicle // *International Journal of Advanced Robotic Systems*. – 2014. – Vol. 11, N 1. – P. 1–16.
6. Salgado-Jiménez T., García-Valdovinos L.G., Delgado-Ramírez G. Control of ROVs using a Model-free 2nd-Order Sliding Mode Approach // *Sliding Mode Control*. – IntechOpen, 2011. – P. 347–368.
7. Свищев Н.Д., Рыбаков А.В. Интеллектуальное управление подводным роботом на основе искусственной нейронной сети // *Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии*. – 2018. – N 4 (44). – С. 103–119.
8. Abdulov A.V., Abramnikov A.N. Extra Steering for ROV Control System by Tracking the Gamepad Orientation // *Proc. of the 2021 International Russian Automation Conference (RusAutoCon)*. – Sochi, Russian Federation: IEEE, 2021. – P. 1041–1045.
9. Glushchenko A.I., Lastochkin K.A., Petrov V.A. Development of Two-Wheeled Balancing Robot Optimal Control System based on Its Feedback Linearization // *Proc. of the 2019 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon)*. – Vladivostok, Russia, 2019. – P. 1–6.
10. Рублевский В.М., Букреев В.Г., Шандарова Е.Б. Синтез субоптимального регулятора напряжения в системе электропитания глубоководного аппарата // *Электротехнические системы и комплексы*. – 2018. – N 3(40). – С. 47–54.
11. Краснов Д.В., Антипов А.С. Синтез двухконтурного наблюдателя в задаче управления однозвенным манипулятором в условиях неопределенности // *Проблемы управления*. – 2021. – N 4. – С. 27–39.
12. Kokunko J.G., Krasnov D.V., Utkin A.V. Two Methods for Synthesis of State and Disturbance Observers for an Unmanned Aerial Vehicle // *Automation and Remote Control*. – 2021. – Vol. 82, N 8. – P. 1426–1441.
13. Krasnova S.A., Antipov A.S., Krasnov D.V., Utkin A.V. Cascade Synthesis of Observers of Mixed Variables for Flexible Joint Manipulators Tracking Systems under Parametric and External Disturbances // *Electronics*. – 2023. – Vol. 12, N 8. – P. 1–25.